

Prof. Dr. Alfred Toth

**Entwurf einer
allgemeinen
Zeichengrammatik**

Nur Form ist Freiheit. Inhaltliche Bestimmung aber ist gewesene Freiheit, ist Zwang.

Gotthard Günther (1991, S. 22)

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	7
1. Einleitung in die allgemeine Zeichengrammatik	9
2. Produktion von Zeichen	11
2.1. Zeichenschemata	11
2.2. Semiotische Operatoren	12
2.2.1. Bezeichnungs-, Bedeutungs- und Gebrauchsoperation	12
2.2.2. Substitutor	13
2.2.3. Selektor	13
2.2.4. Koordinator	13
2.2.5. Kreatör (Realisator)	13
2.2.6. Adjunktör	14
2.2.7. Superisator	14
2.2.8. Iterator	15
2.2.9. Thetische Einführung	15
2.2.10. Autoreprodukтор	15
2.2.11. Dualisator	16
2.2.12. Mitführung	16
2.2.13. Additive Assoziation	16
2.2.14. Löschen	17
2.2.15. Belegen	17
2.2.16. Nullen	17
2.2.17. Maximierung	17
2.2.18. Minimierung	17
2.2.19. Belegungswechsel	17
2.2.20. Transposition	17
2.2.21. Reflexion	18
2.2.22. Addition	19
2.2.23. Subtraktion	19
2.2.24. Zerteilung	19
2.2.25. Normalformoperator	19
3. Makrosemiotische Zeichenzusammenhänge	20
3.1. Monadische Zeichenzusammenhänge	20
3.1.1. Übersicht der möglichen Kombinationen	20
3.1.2. Strukturtypen	20
3.2. Dyadische Zeichenzusammenhänge	33
3.2.1. Übersicht der möglichen Kombinationen	33
3.2.2. Strukturtypen	33
4. Mikrosemiotische Zeichenzusammenhänge	51

4.1.	Monadische Zeichenzusammenhänge	51
4.2.	Dyadische Zeichenzusammenhänge	53
5.	Zeichenanordnungen	62
5.1.	Grundtypen von Zeichenzusammenhängen	62
5.2.	Anordnungen monadischer Zeichenzusammenhänge	63
5.3.	Anordnungen dyadischer Zeichenzusammenhänge	68
5.4.	Kombinationen monadischer und dyadischer Zeichenzusammenhänge	69
5.5.	Berechnungsbeispiel von Zeichenanordnungen	79
6.	Bibliographie	81

Vorwort

Nach Helmut Schnelle, der mit seiner Dissertation “Zeichensysteme zur wissenschaftlichen Darstellung” (1962) eine wichtige Vorarbeit zu einer allgemeinen Zeichengrammatik vorgelegt hat, besteht deren Aufgabe in der Systematisierung des Satzes vom Grund: “Die Grundlage jeder praktischen Wissenschaft ist das Prinzip vom zureichenden Grunde [...]. Es ist ebenso wie das Prinzip des Widerspruchs sowohl als Seinsprinzip als auch als Erkenntnisprinzip anzusehen, und es begründet die Überzeugung jeder Wissenschaft, dass ihre Gegenstände einen einheitlichen Zusammenhang haben und auf erste Gründe dieser Wissenschaft selbst zurückführbar sein müssen” (Schnelle 1962, S. 78).

Systematisch studiert wurden Zeichenzusammenhänge von Bense auf nicht ganz vier Seiten seines für jede formale Semiotik grundlegenden Buches “Semiotische Prozesse und Systeme” (1975) im Kapitel “Der Zusammenhang der Zeichen in Zeichensystemen” (1975, S. 78 ff.). Ferner gibt es den programmatischen Aufsatz von Hans Michael Stiebing (1948-1983) “Ansatz zu einer allgemeinen Zeichengrammatik” (Stiebing 1978), dem der Titel zum vorliegenden Buch entnommen ist.

Nach einer wegen fast völligen Mangels an einschlägigen Untersuchungen notwendig kurzen Einleitung (Kap. 1) wird in Kap. 2 die Produktion von Zeichen auf der Basis eines abstrakten Zeichenschemas (Kap. 2.1) mit Hilfe von semiotischen Operatoren (Kap. 2.2) aufgezeigt. Damit können also Zeichenklassen, Realitätsthematiken und weitere Zeichengebilde problemlos erzeugt werden. Die Kapitel 3 und 4 sind Zeichenzusammenhängen gewidmet, die mit dem formalen Rüstzeug von Kap. 2 erzeugt werden können. Dabei habe ich mich bei den Varianten auf räumlich verschiedene beschränkt, d.h. wenn ein Zeichenschema innerhalb eines Zeichenzusammenhangs sich lediglich durch mittels Rotation erzeugbare verschiedene Anordnungen der Zeichenkategorien unterschied, wurde jeweils nur eine Variante gebracht. Kap. 3 untersucht makro- und Kap. 4 mikrosemiotische Zeichenzusammenhänge, d.h. die Beispiele in Kap. 4 unterscheiden sich von denen in Kap. 3 durch jene semiotischen Operationen, welche Schnelle als “Netzverfeinerungen” bezeichnet hatte (1962, S. 62, 78), oder anders ausgedrückt: In Kap. 3 findet man triadisch verschiedene Zeichenzusammenhänge und in Kap. 4 trichotomisch verschiedene. Während in den Kap. 3 und 4 Vollständigkeit der semiotischen Strukturtypen angestrebt wurde, werden in Kap. 5 nur einige ausgewählte Beispiele von Zeichenanordnungen, d.h. Kombinationen von monadischen und dyadischen Zeichenzusammenhängen gebracht, die durch Anwendung der semiotischen Operatoren auf dem abstrakten Zeichenschema entsprechende Zeichendreiecke bzw. durch geometrische Konstruktion von Zeichendreicks-Graphen unter Berücksichtigung der semiotisch möglichen Kombinationen erzeugt werden können. Umgekehrt liefert also Kap. 5 auch einige Anregungen zum Problem der Triangulationen zweidimensionaler Ebenen unter Beschränkung auf die semiotisch möglichen monadischen (Graphen mit inzidenten Ecken) und dyadischen (Graphen mit inzidenten Kanten) Kombinationen; beispielsweise sind semiotisch mit Kanten inzidente Ecken nicht erlaubt.

Ich darf erneut dem Klagenfurter Team, Herrn Univ.-Professor Dr. Ernst Kotzmann und Frau Amtsrätin Andrea Lassnig, sehr herzlich für die Aufnahme dieses Büchleins in die

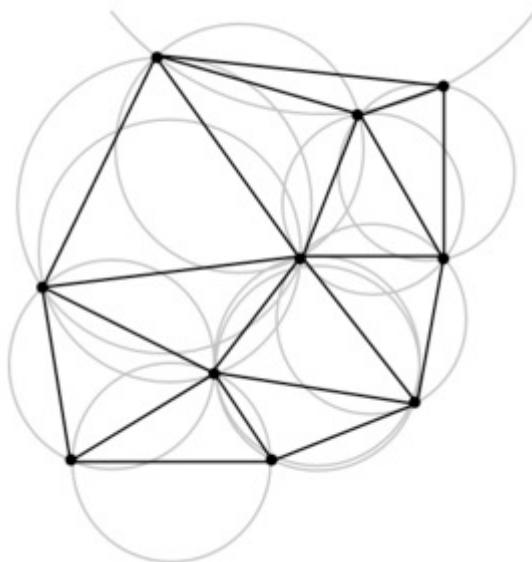
verdienstvolle Reihe und für hervorragende Betreuung meinen herzlichen Dank aussprechen.

Tucson (AZ), 7. Februar 2008
(dem 98. Geburtstag Max Benses)

Prof. Dr. Alfred Toth

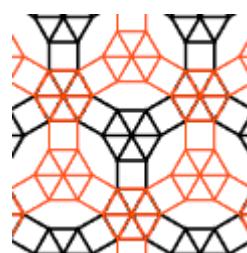
1. Einleitung in die allgemeine Zeichengrammatik

Die Aufgabe einer allgemeinen Zeichengrammatik besteht darin, algebraisch durch Anwendung semiotischer Operatoren auf abstrakte Zeichenschemata und geometrisch durch lineare Transformationen von semiotischen Basis-Dreiecken Zeichengebilde (Zusammenhänge, Anordnungen, Muster, "Patterns" usw.) zu erzeugen. Umgekehrt könnte die mathematische Semiotik (vgl. Toth 2007, mit Lit.) dazu dienen, vorgegebene zweidimensionale Oberflächen mittels durch die semiotischen Prinzipien eingeschränkten Dreiecks-Verbindungen zu triangulieren. Das Ergebnis wären dann semiotische Graphen und topologische Strukturen, deren Eigenschaften mit denen von Voronoy-Diagrammen, Delauney-Triangulationen und weiter mit verschiedenen Arten von Tessellationen zu vergleichen wären.



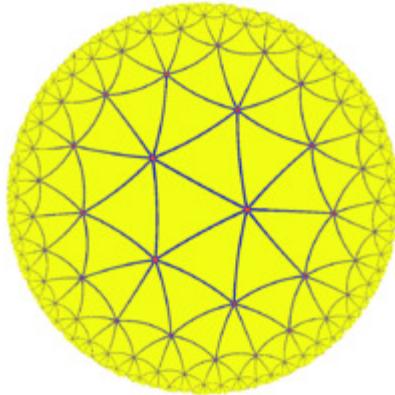
Ebene Delaunay-Triangulation mit Umkreisen
(Quelle: Wikipedia)

Auch das Auffinden semiotischer Dreiecks-Strukturen etwa in den Arbeiten von M.C. Escher wäre reizvoll.



(Quelle: <http://library.thinkquest.org/16661/mosaics.html>)

Darüber hinaus sollte man sich vielleicht überlegen, welche semiotischen Implikationen aus dem Verhalten von semiotischen Dreiecken auf nicht-euklidischen Ebenen zu ziehen wären.



Parkettierung einer hyperbolischen Ebene mit hyperbolischen Dreiecken (Quelle: Wikipedia)

Stiebing (1978, S. 7) hatte die klassischen logischen Operatoren zu fünf “Bereichen” zusammengefasst, “die pragmatische (sinnbezogene) Funktionen einschliessen”:

1. Negation (\neg)
2. Junktions (\vee, \wedge)
3. Kondition ($\Rightarrow, \Leftrightarrow$)
4. Modalisation ($\Diamond, \Box, \blacklozenge$) (Möglichkeit, Wirklichkeit, Notwendigkeit)
5. Quantifikation ($\forall, \exists, \sqsubset$)

und ihnen die nach ihm grundlegenden 4 semiotischen Operationen folgendarmassen zugeschrieben (1978, S. 8):

1. Substitution: $\{\Rightarrow, \Leftrightarrow\}$
2. Adjunktion: $\{\vee, \wedge\}$
3. Superisation: $\{\Diamond, \Box, \blacklozenge\}$
4. Iteration: $\{\forall, \exists, \sqsubset\}$

Wir werden einerseits in Kap. 2.2. 21 weitere semiotische Operationen einführen, mit dem Vorteil, dass diese nicht auf den logischen Operationen gründen und daher von der Logik primär unabhängig sind, und andererseits in Kap. 3 zeigen, dass sämtliche 25 unterschiedlichen semiotischen Operatoren mit Hilfe kategorietheoretischer Morphismen darstellbar sind.

Da die Semiotik erkenntnistheoretisch “tiefer” liegt als die Logik (vgl. Bense 1986, S. 64 ff.), könnte der in diesem Buch präsentierte algebraische und geometrische Apparat später dazu dienen, die logischen Operationen aus semiotischen abzuleiten. Ferner muss natürlich die kenogrammatische Tieferlegung der Semiotik selbst im Auge behalten werden; die Operationen 2.2.14. bis 2.2.25. sind selbst kenogrammatische (Intra- und Trans-) Operationen, die hier erstmals auf die Semiotik angewandt werden.

2. Produktion von Zeichen

2.1. Zeichenschemata

Das Peircesche Zeichen stellt eine triadische Relation bestehend aus den drei Relationen

$$(1), (1 \Rightarrow 2), (1 \Rightarrow 2 \Rightarrow 3)$$

dar, d.h. es ist eine Relation über einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation, allgemein:

$$ZR = (a, (a \Rightarrow b), (a \Rightarrow b \Rightarrow c))$$

Die möglichen Zeichenwerte für a, b und c oder 1, 2 und 3 erhält man durch kartesische Multiplikation mit der sog. kleinen semiotischen Matrix. Dabei ergeben sich für die drei Relationen die folgenden Wertemengen:

$$a = \{1.1, 1.2, 1.3\}$$

$$b = \{2.1, 2.2, 2.3\}$$

$$c = \{3.1, 3.2, 3.3\}$$

Das Peircesche Zeichenschema verlangt nun, dass aus jeder der drei Wertemengen a, b und c je ein Wert selektiert und die Zeichenrelation ZR gemäss dem Triadizitätsschema

$$ZR = <3.x, 2.y, 1.z> \text{ mit } x, y, z \in \{1, 2, 3\}$$

unter Berücksichtigung des semiotischen Inklusionsschemas

$$x \leq y \leq z$$

geordnet wird. Mit Hilfe dieser zwei Restriktionen reduzieren sich die 81 möglichen Zeichenklassen auf 10:

3.1 2.1 1.1	3.1 2.3 1.3
3.1 2.1 1.2	3.2 2.2 1.2
3.1 2.1 1.3	3.2 2.2 1.3
3.1 2.2 1.2	3.2 2.3 1.3
3.1 2.2 1.3	3.3 2.3 1.3

Das diesen 10 Zeichenklassen zugrunde liegenden abstrakte Zeichenschema kann also wie folgt notiert werden:

$$ZR = (\square\square\square \ \square\square\square \ \square\square\square)$$

Dabei sollen die drei leeren Dreier-Pattern nach absteigenden indizierten Zeichenwerten (3.3, 3.2, 3.1; 2.3, 2.2, 2.1; 1.3, 1.2, 1.1) geordnet werden. Gemäss dem Triadizitätsprinzip muss also im ersten Dreier-Pattern ein Zeichenwert aus der Menge $c = (3.1, 3.2, 3.3)$, im zweiten Dreier-Pattern ein Zeichenwert aus der Menge $b = (2.1, 2.2, 2.3)$ und im dritten Dreier-Pattern ein Zeichenwert aus der Menge $a = (1.1, 1.2, 1.3)$ stehen, wobei die Wahl des Zeichenwertes aus der Menge c die Wahl des Zeichenwertes aus den Mengen b und a und die Wahl des Zeichenwertes aus der Menge b diejenige aus der Menge a nach dem Inklusionsprinzip limitiert. Im abstrakten Schema müssen und können damit drei Leerstellen durch Zeichenwerte belegt werden (■). Damit können die 10 Zeichenklassen mithilfe des Zeichenschemas wie folgt dargestellt werden:

- 3.1 2.1 1.1 ≡ (□□■ □○■ □○■)
- 3.1 2.1 1.2 ≡ (□□■ □○■ □■○)
- 3.1 2.1 1.3 ≡ (□□■ □○■ ■□○)
- 3.1 2.2 1.2 ≡ (□□■ □■□ □■□)
- 3.1 2.2 1.3 ≡ (□□■ □■□ ■□□)
- 3.1 2.3 1.3 ≡ (□□■ ■□□ ■□□)
- 3.2 2.2 1.2 ≡ (□■□ □■□ □■□)
- 3.2 2.2 1.3 ≡ (□■□ □■□ ■□□)
- 3.2 2.3 1.3 ≡ (□■□ ■□□ ■□□)
- 3.3 2.3 1.3 ≡ (■□□ ■□□ ■□□)

Zeichenschemata – abstrakte wie belegte – dienen uns im folgenden, um die Wirkungsweise der semiotischen Operatoren aufzuzeigen.

2.2. Semiotische Operatoren

2.2.1. Bezeichnungs-, Bedeutungs- und Gebrauchsoperator

Bense (1971, S. 34) bestimmte die Operatoren

$$o = (M \Rightarrow O) \text{ und}$$

$$i = (O \Rightarrow I)$$

und nennt o den Bezeichnungsoperator und i den Bedeutungsoperator.

Diese beiden Operatoren wurden später durch einen dritten ergänzt: “Eine klare Unterscheidung der Bezeichnungs- und Bedeutungsfunktion, also $(M \Rightarrow O)$ und $(O \Rightarrow I)$ lässt – wie Bense gezeigt hat – die Beziehung $(I \Rightarrow M)$ als Gebrauchsfunktion erklären” (Walther 1979, S. 72 f.). Wir kürzen den Gebrauchsoperator mit “ g ” ab.

$o: = (M \Rightarrow O)$, $i: = (O \Rightarrow I)$ und $g: = (I \Rightarrow M)$ sind Operationen über Zeichenrümpfen. Da diese sich nicht nach der zur Konstruktion von Zeichenklassen und Realitätsthematiken verbindlichen Halబordnung “≤” zu richten haben, gibt es total $33 = 27$ mögliche durch o , i und g erzeugte Subzeichenkombinationen, welche Bense in seinem “vollständigen triadisch-

trichotomischen Zeichenkreis” (Bense 1975, S. 112 f.) in Form von Dyaden angeordnet hatte, wobei er unterschied zwischen

Nomemen: (1.1 1.1), (1.1 1.2), (1.1 1.3), (1.2 1.1), (1.2 1.2), (1.2 1.3), (1.3 1.1), (1.3 1.2), (1.3 1.3)

Sememen: (2.1 2.1), (2.1 2.2), (2.1 2.3), (2.2 2.1), (2.2 2.2), (2.2 2.3), (2.3 2.1), (2.3 2.2), (2.3 2.3)

Praxemen: (3.1 3.1), (3.1 3.2), (3.1 3.3), (3.2 3.1), (3.2 3.2), (3.2 3.3), (3.3 3.1), (3.3 3.2), (3.3 3.3)

Neben diesen üblicherweise als “Funktionen” aufgefassten semiotischen Operatoren lassen sich nach Walther (1979, S. 116 ff.) folgende neun weitere Operatoren unterscheiden:

2.2.2. Substitutor

Zeichen: /

Beispiel: Zkl = (3.1 2.1 1.1), (1.1 / 1.2):

$$/ (1.1, 1.2) (\square \square \blacksquare \square \square \blacksquare \square \square \blacksquare) = (\square \square \blacksquare \square \square \blacksquare \square \square \blacksquare)$$

2.2.3. Selektor

Zeichen: >

Beispiel: (1.1) > (1.2):

$$> (1.1, 1.2) (\square \square \square \square \square \square \blacksquare) = (\square \square \square \square \square \square \blacksquare \blacksquare)$$

Bense (1981, S. 108) unterscheidet noch zwischen separativer (/), abstraktiver (>) und assoziativer (X) Selektion, wobei die erste Art auf den Mittelbezug, die zweite auf den Objektbezug und die dritte auf den Interpretantenbezug beschränkt ist. Der Selektor ist ein Operator, der nur in Trichotomien auftritt, d.h also z.B. es gilt nicht: (1.1 > 2.1).

2.2.4. Koordinator

Zeichen: |→

Beispiel: (2.1) |→ (1.1)

$$| \rightarrow (2.1, 1.1) (\square \square \square \square \square \square \blacksquare) = (\square \square \square \square \blacksquare \square \square \blacksquare)$$

Bense (1983: 57) unterscheidet noch zwischen fundierendem (|→), reflexivem (↔) und analogem (→→) Koordinator. Der Koordinator ist ein Operator, der nur in Triaden auftritt, d.h also z.B. es gilt nicht: (1.1 |→ 1.2).

2.2.5. Kreator (Realisator)

Zeichen: >>

3.1

Beispiel: ^ > 2.2
1.3

$$>> (1.3, 3.1) = (2.2), >> ((\square\square\square \square\square\square \blacksquare\square\square), (\square\square\square \square\square\square \square\square\square)) = (\square\square\square \square\square\square \square\square\square)$$

2.2.6. Adjunkt

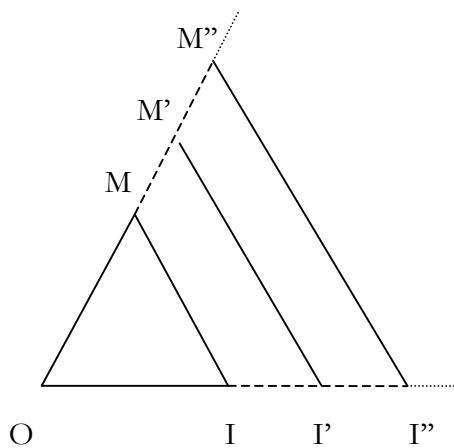
Zeichen: \cup

Beispiel: $(3.1 \ 2.1 \ 1.1) \cup (3.1 \ 2.1 \ 1.2) \cup \dots$

$(\square\square\square \ \square\square\square \ \square\square\square) \cup (\square\square\square \ \square\square\square \ \square\square\square) \cup \dots$

“Adjunktion ist eine Zeichenoperation mit reihendem, verkettendem Charakter” (Bense und Walther 1973, S. 11).

Darstellung einer Adjunktion nach Bense (1971, S. 53):



2.2.7. Superisator

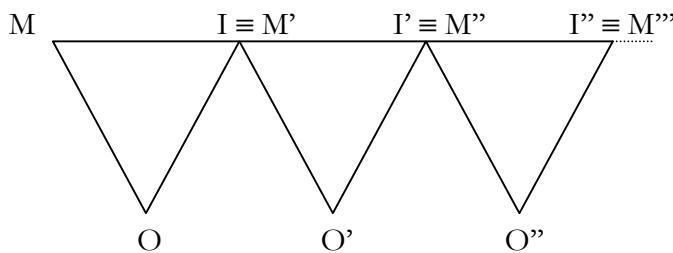
Zeichen: \cap

Beispiel: $(3.1 \ 2.1 \ 1.1) \cap (3.1 \ 2.1 \ 1.2) \cap \dots$

$(\square\square\square \ \square\square\square \ \square\square\square) \cap (\square\square\square \ \square\square\square \ \square\square\square) \cap \dots$

“Superisation ist ein Zeichenprozess im Sinne der zusammenfassenden Ganzheitsbildung einer Menge von einzelnen Zeichen zu einer ‘Gestalt’, einer ‘Struktur’ oder einer ‘Konfiguration’” (Bense und Walther 1973, S. 106).

Darstellung einer Superisation nach Bense (1971, S. 54):



2.2.8. Iterator

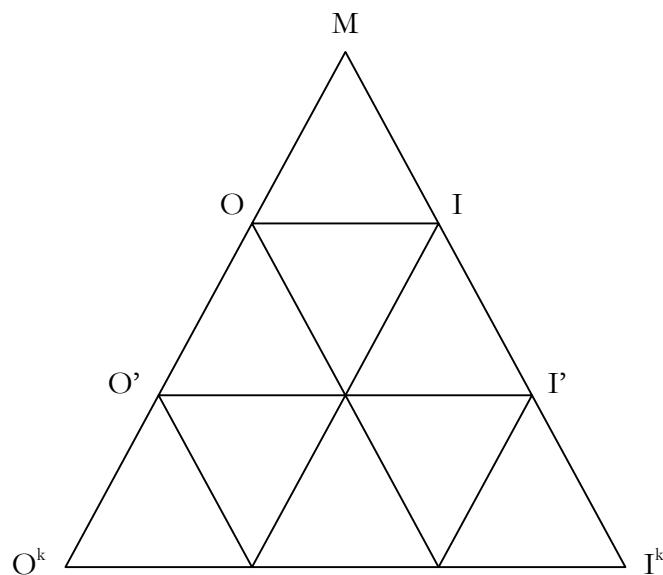
Zeichen: ‘

Beispiel: (2.1), (2.1)', (2.1)”, ...

(□□□ □□■ □□□), (□□□ □□■ □□□)', (□□□ □□■ □□□)”, ...

“Iteration ist eine Operation, die alle Teilmengen des Zeichenrepertoires gewinnt, als Potenzmengenbildung darstellbar ist” (Bense und Walther 1973, S. 46).

Darstellung einer Iteration nach Bense (1971, S. 55):



2.2.9. Thetische Einführung

Hier gibt es nur für die Operation, nicht aber für den Operator einen Namen.

Zeichen: ┼

Beispiel: ┼ (2.1)

┐ (2.1) (□□□ □□□ □□□) = (□□□ □□■ □□□)

2.2.10. Autoreproduktor

Zeichen: ┐

Beispiel: (2.3) ┐ (2.3)

(2.3) ┐ (2.3) (□□□ □□■ □□□) = (□□□ □□■ □□□)

Nicht zu den Operatoren zählt Walther den Dualisator, den Bense (1976, S. 53 ff.) eingeführt hatte und der eine Zeichenklasse eindeutig auf seine Realitätsthematik bzw. umgekehrt abbildet:

2.2.11. Dualisator

Zeichen: \times

Beispiel: $(3.1 \ 2.1 \ 1.1) \times (1.1 \ 1.2 \ 1.3)$

$$(\square\square\blacksquare \ \square\square\blacksquare \ \square\square\blacksquare) \times (\square\square\square \ \square\square\square \ \blacksquare\blacksquare\blacksquare)$$

$$3.1 \ 2.1 \ 1.1 \equiv (\square\square\blacksquare \ \square\square\blacksquare \ \square\square\blacksquare) \times (\square\square\square \ \square\square\square \ \blacksquare\blacksquare\blacksquare) \equiv 1.1 \ 1.2 \ 1.3$$

$$3.1 \ 2.1 \ 1.2 \equiv (\square\square\blacksquare \ \square\square\blacksquare \ \square\square\square) \times (\square\square\square \ \square\square\blacksquare \ \blacksquare\blacksquare\square) \equiv 2.1 \ 1.2 \ 1.3$$

$$3.1 \ 2.1 \ 1.3 \equiv (\square\square\blacksquare \ \square\square\blacksquare \ \blacksquare\square\square) \times (\square\square\square \ \square\square\square \ \blacksquare\blacksquare\square) \equiv 3.1 \ 1.2 \ 1.3$$

$$3.1 \ 2.2 \ 1.2 \equiv (\square\square\blacksquare \ \square\square\square \ \square\square\square) \times (\square\square\square \ \square\square\blacksquare \ \blacksquare\square\square) \equiv 2.1 \ 2.2 \ 1.3$$

$$3.1 \ 2.2 \ 1.3 \equiv (\square\square\blacksquare \ \square\square\square \ \blacksquare\square\square) \times (\square\square\square \ \square\square\blacksquare \ \blacksquare\square\square) \equiv 3.1 \ 2.2 \ 1.3$$

$$3.1 \ 2.3 \ 1.3 \equiv (\square\square\blacksquare \ \blacksquare\square\square \ \blacksquare\square\square) \times (\square\square\square \ \blacksquare\square\square \ \blacksquare\square\square) \equiv 3.1 \ 3.2 \ 1.3$$

$$3.2 \ 2.2 \ 1.2 \equiv (\square\square\square \ \square\square\blacksquare \ \square\square\blacksquare) \times (\square\square\square \ \blacksquare\blacksquare\blacksquare \ \square\square\square) \equiv 2.1 \ 2.2 \ 2.3$$

$$3.2 \ 2.2 \ 1.3 \equiv (\square\square\square \ \square\square\blacksquare \ \blacksquare\square\square) \times (\square\square\square \ \blacksquare\blacksquare\blacksquare \ \square\square\square) \equiv 3.1 \ 2.2 \ 2.3$$

$$3.2 \ 2.3 \ 1.3 \equiv (\square\square\square \ \blacksquare\square\square \ \blacksquare\square\square) \times (\square\square\square \ \blacksquare\blacksquare\blacksquare \ \square\square\square) \equiv 3.1 \ 3.2 \ 2.3$$

$$3.3 \ 2.3 \ 1.3 \equiv (\blacksquare\square\square \ \blacksquare\square\square \ \blacksquare\square\square) \times (\blacksquare\blacksquare\blacksquare \ \square\square\square \ \square\square\square) \equiv 3.1 \ 3.2 \ 3.3$$

Bense selbst hat noch zwei weitere Operationen in die Semiotik eingeführt, von denen sich nur die erste mehr oder weniger etabliert hat:

2.2.12. Mitführung

Zeichen: keines

“Mitführung heisst, dass das ‘Präsentamen’ im ‘Repräsentamen’ graduell bzw. partiell erhalten bleibt” (Bense 1979, S. 43). Diese Operation aus dem präsemiotischen Zwischenbereich zwischen Kenogrammatik und Semiotik betrifft einerseits die Verdünnung der Objektwelt und andererseits die Polyaffinität der Zeichenklassen und Realitätsthematiken. Vgl. dazu den Aufsatz “Kenogrammatik, Präsemiotik und Semiotik” (Toth 2008).

2.2.13. Additive Assoziation

Zeichen: keines

“Man geht also von den beiden Anordnungen der fundamentalkategorialen dreistelligen Ordnungsrelationen aus:

$$\begin{array}{ccc} 3. & 2. & 1. \\ .1 & .2 & .3 \end{array}$$

und gewinnt durch additive Assoziation die Subzeichenfolge der diagonalen dualinvarianten Zeichenklassen-Realitätsthematik (3.1 2.2 1.3)” (Bense 1981, S. 204). Mit Hilfe eines strukturellen Zeichenschemas dargestellt:

$$\text{add. Ass. } ((\blacksquare\square \ \blacksquare\square \ \blacksquare\square), (\square\square \ \square\square \ \square\square)) = (\blacksquare\blacksquare \ \blacksquare\blacksquare \ \blacksquare\blacksquare) \approx (\square\square\blacksquare \ \square\square\blacksquare \ \square\square\blacksquare)$$

Im folgenden werden einige weitere semiotische Operatoren bzw. Operationen eingeführt, die für die polykontexturale Semiotik benutzt worden waren (vgl. Toth 2003, S. 36 ff.).

2.2.14. Löschen

Zeichen: L_i : Löschen der i-ten Stelle

Beispiel: $L_1 (3.1 \ 2.2 \ 1.3) = (\emptyset.1 \ 2.2 \ 1.3)$

$L_1 (\square \blacksquare \ \blacksquare \ \blacksquare \ \blacksquare)$

2.2.15. Belegen

Zeichen: B_{ik} : Belegen der i-ten Stelle mit Wert k

Beispiel: $B_{22} (3.\emptyset \ 2.2 \ 1.3) = (3.2 \ 2.2 \ 1.3)$

$B_{22} (\blacksquare \square \ \blacksquare \ \blacksquare \ \blacksquare) = (\blacksquare \blacksquare \ \blacksquare \ \blacksquare \ \blacksquare)$

2.2.16. Nullen

Zeichen: N_i : Nullen der i-ten Stelle

Beispiel: $N_5 (3.1 \ 2.2 \ 1.3) = (3.1 \ 2.2 \ \emptyset.3)$

$N_5 (\blacksquare \blacksquare \ \blacksquare \ \blacksquare) = (\blacksquare \blacksquare \ \blacksquare \ \square \blacksquare)$

2.2.17. Maximierung

Zeichen: Max_i : Erhöhen der i-ten Stelle auf Maximalwert

Beispiel: $Max_4 (3.1 \ 2.2 \ 1.3) = (3.1 \ 2.3 \ 1.3)$

$Max_4 (\square \square \blacksquare \ \square \blacksquare \square \ \blacksquare \square \square) = (\square \square \blacksquare \ \square \blacksquare \square \ \blacksquare \square \square)$

2.2.18. Minimierung

Zeichen: Min_i : Senken der i-ten Stelle auf Minimalwert

Beispiel: $Min_4 (3.1 \ 2.2 \ 1.3) = (3.1 \ 2.1 \ 1.3)$

$Min_4 (\square \square \blacksquare \ \square \blacksquare \square \ \blacksquare \square \square) = (\square \square \blacksquare \ \square \square \blacksquare \ \blacksquare \square \square)$

2.2.19. Belegungswechsel

Zeichen: w_{ik} : Belegungswechsel $w_i \rightarrow k$

Beispiel: $w_{22} (3.1 \ 2.2 \ 1.3) = (3.2 \ 2.2 \ 1.3)$

$w_{22} (\square \square \blacksquare \ \square \blacksquare \square \ \blacksquare \square \square) = (\square \blacksquare \square \ \square \blacksquare \square \ \blacksquare \square \square)$

2.2.20. Transposition

Zeichen: T_{ik} : Transposition von w_i und w_k

Beispiel: $w_{23} (3.1 \ 2.2 \ 1.3) = (3.2 \ 1.2 \ 1.3)$

$w_{23} (\square \square \blacksquare \ \square \blacksquare \square \ \blacksquare \square \square) = (\square \blacksquare \square \ \square \square \ \blacksquare \blacksquare \square)$

Eine m-stellige Transposition ist eine Permutation.

Beispiel: $w_{312111} (3.1 \ 2.2 \ 1.3) = (3.1 \ 2.1 \ 1.1)$
 $w_{312111} (\square \blacksquare \square \blacksquare \square \blacksquare) = (\square \blacksquare \square \blacksquare \square \blacksquare)$

2.2.21. Reflexion

Zeichen: $R_{\square\square\square\dots}$: Teilreflexion der insgesamt i mit “■” gekennzeichneten Stellen

Beispiel: $R_{\square\square\square\dots} (3.1 \ 2.2 \ 1.3) = * (3.1 \ 2.3 \ 1.2)$ (irregulär)
 $R_{\square\square\square\dots} (\square \blacksquare \square \blacksquare \square \blacksquare) = * (\square \blacksquare \square \blacksquare \square \blacksquare)$

Eine m-stellige Reflexion R_m ist eine Totalreflexion.

Beispiele: $R_6 (3.1 \ 2.2 \ 1.3) = (3.1 \ 2.2 \ 1.3); R_6 (3.1 \ 2.1 \ 1.1) = (1.1 \ 1.2 \ 1.3).$
 $R_6 (\square \blacksquare \square \blacksquare \square \blacksquare) = (\square \blacksquare \square \blacksquare \square \blacksquare); R_6 (\square \blacksquare \square \square \blacksquare \square \blacksquare) = (\square \square \square \square \square \blacksquare \blacksquare)$

Der Totalreflektor ist damit mit dem unter 2.2.11. aufgeführten Dualisator identisch. Somit wird nur die dualidentische Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) durch R_m in sich selbst überführt.

Eine andere, bisher nicht berücksichtigte Form der Reflexion, die wir Spiegelung nennen wollen, ergibt sich, wenn man nicht von der numerischen Schreibweise der Zeichenklassen ausgeht, sondern von den entsprechenden Zeichenschemata. Im folgenden bezeichnen wir den Spiegelungs-Operator mit “—“:

$$\begin{aligned} 3.1 \ 2.1 \ 1.1 &\equiv (\square \blacksquare \square \blacksquare \square \blacksquare) — (\blacksquare \square \square \blacksquare \square \blacksquare) \equiv 3.3 \ 2.3 \ 1.3 \\ 3.1 \ 2.1 \ 1.2 &\equiv (\square \blacksquare \square \blacksquare \square \blacksquare) — (\square \blacksquare \square \blacksquare \square \blacksquare) \equiv 3.2 \ 2.3 \ 1.3 \\ 3.1 \ 2.1 \ 1.3 &\equiv (\square \blacksquare \square \blacksquare \square \blacksquare) — (\square \blacksquare \square \blacksquare \square \blacksquare) \equiv 3.1 \ 2.3 \ 1.3 \\ 3.1 \ 2.2 \ 1.2 &\equiv (\square \blacksquare \square \blacksquare \square \blacksquare) — (\square \blacksquare \square \blacksquare \square \blacksquare) \equiv 3.2 \ 2.2 \ 1.3 \\ 3.1 \ 2.2 \ 1.3 &\equiv (\square \blacksquare \square \blacksquare \square \blacksquare) — (\square \blacksquare \square \blacksquare \square \blacksquare) \equiv 3.1 \ 2.2 \ 1.3 \\ 3.1 \ 2.3 \ 1.3 &\equiv (\square \blacksquare \square \blacksquare \square \blacksquare) — (\square \blacksquare \square \blacksquare \square \blacksquare) \equiv 3.1 \ 2.1 \ 1.3 \\ 3.2 \ 2.2 \ 1.2 &\equiv (\square \blacksquare \square \blacksquare \square \blacksquare) — (\square \blacksquare \square \blacksquare \square \blacksquare) \equiv 3.2 \ 2.2 \ 1.2 \\ 3.2 \ 2.2 \ 1.3 &\equiv (\square \blacksquare \square \blacksquare \square \blacksquare) — (\square \blacksquare \square \blacksquare \square \blacksquare) \equiv 3.1 \ 2.2 \ 1.2 \\ 3.2 \ 2.3 \ 1.3 &\equiv (\square \blacksquare \square \blacksquare \square \blacksquare) — (\square \blacksquare \square \blacksquare \square \blacksquare) \equiv 3.1 \ 2.1 \ 1.2 \\ 3.3 \ 2.3 \ 1.3 &\equiv (\blacksquare \square \square \blacksquare \square \blacksquare) — (\square \blacksquare \square \blacksquare \square \blacksquare) \equiv 3.1 \ 2.1 \ 1.1 \end{aligned}$$

Spiegelung führt also ausschliesslich zu regulären Zeichenklassen. Merkwürdigerweise ist die Spiegelung mit der in Toth (2007, S. 45) dargestellten Gruppenverknüpfung \circ_2 identisch, wobei die semiotische Zweitheit (.2.) als Einselement fungiert und die zyklische Entwicklung (.3.) → (.1.) → (.3.) lautet und damit also mit der von Bogarin (1992) entdeckten Operation der “Symplerosis” zusammenfällt.

2.2.22. Addition

Zeichen: +

Beispiel: $(3.1 \text{ 2.2 1.3}) + (3.2 \text{ 2.2 1.3}) = (3.2 \text{ 2.2 1.3})$

$$(\square \square \blacksquare \square \blacksquare \square \blacksquare \square) + (\square \blacksquare \square \square \blacksquare \square \blacksquare \square) = (\square \blacksquare \square \square \blacksquare \square \blacksquare \square)$$

Die Addition entspricht damit der verbandstheoretischen Vereinigung (vgl. Toth 2007, S. 71 ff.).

2.2.23. Subtraktion

Zeichen: -

Beispiel: $(3.2 \text{ 2.3 1.3}) - (3.2 \text{ 2.2 1.3}) = (3.1 \text{ 2.2 1.3})$

$$(\square \blacksquare \square \blacksquare \square \blacksquare \square \blacksquare \square) - (\square \blacksquare \square \blacksquare \square \blacksquare \square \blacksquare \square) = (\square \square \blacksquare \square \blacksquare \square \blacksquare \square)$$

Die Subtraktion entspricht damit der verbandstheoretischen Durchschnittsbildung (vgl. Toth 2007, S. 71 ff.).

2.2.24. Zerteilung

Zeichen: $Z_{mi,j} = Z(\cap_i \cap_j)$: Zerteilung in zwei Teile der Länge i und j; $i + j = m$

Beispiel: $Z_{2,4}(3.1 \text{ 2.2 1.3}) = (3.1); (2.2 \text{ 1.3})$

$$Z_{2,4}(\square \square \blacksquare \square \blacksquare \square \blacksquare \square) = (\square \square \blacksquare \square \blacksquare \square \blacksquare \square); (\square \square \square \square \blacksquare \square \blacksquare \square)$$

Z_m ist der Zerfall in lauter Einzelteile der Länge 1.

Beispiel: $Z_6(3.1 \text{ 2.2 1.3}) = 3; 1; 2; 2; 1; 3$

$$Z_6(\blacksquare \blacksquare \blacksquare \blacksquare \blacksquare \blacksquare) = (\blacksquare_3); (\blacksquare_1); (\blacksquare_2); (\blacksquare_2); (\blacksquare_1); (\blacksquare_3)$$

Die Zerteilung ist also die Operation, die der von Arin (1981, S. 328 ff.) eingeführten semiotischen Katastrophe zugrunde liegt.

2.2.25. Normalformoperator

Mit Hilfe von Normalformoperatoren (N_i) können irreguläre Zeichenklassen in reguläre überführt werden. Da eine Zeichenklasse regulär ist, wenn $(3.a \leq 2.b \leq 1.c)$ mit $a, b, c \in \{1, 2, 3\}$ gilt, sind Normalformoperatoren meistens mehrdeutig.

Beispiel: $N * (3.2 \text{ 2.1 1.3}) = (3.1 \text{ 2.1 1.3}), (3.2 \text{ 2.2 1.2}), (3.2 \text{ 2.2 1.3})$ oder (3.2 2.3 1.3) ;
 vgl. aber $N * (3.3 \text{ 2.1 1.1}) = N * (3.3 \text{ 2.1 1.2}) = \dots = N(3.2 \text{ 2.2 1.3}) = \dots = N * (3.3 \text{ 2.3 1.2}) = (3.3 \text{ 2.3 1.3})$
 $N * (\square \blacksquare \square \square \blacksquare \square \blacksquare \square) = (\square \blacksquare \square \square \blacksquare \square \blacksquare \square), (\square \blacksquare \square \square \square \blacksquare \square \blacksquare), (\square \blacksquare \square \square \blacksquare \square \blacksquare \square)$
 oder $(\square \blacksquare \square \blacksquare \square \blacksquare \square)$;
 vgl. aber $N * (\blacksquare \square \square \square \blacksquare \square \blacksquare) = N * (\blacksquare \square \square \square \blacksquare \square \blacksquare) = \dots = N(\square \blacksquare \square \square \square \blacksquare \square)$
 $= \dots = N * (\blacksquare \square \square \square \blacksquare \square \blacksquare) = (\blacksquare \square \square \square \blacksquare \square \blacksquare)$

3. Makrosemiotische Zeichenzusammenhänge

3.1. Monadische Zeichenzusammenhänge

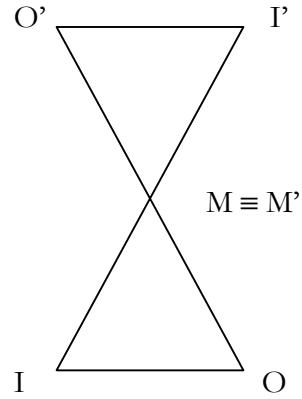
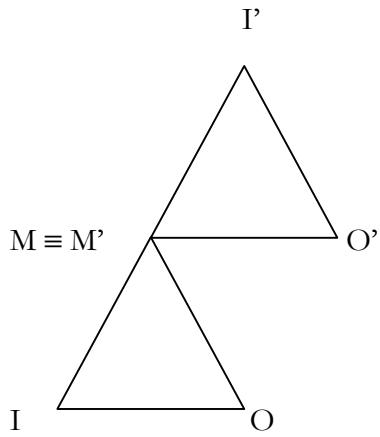
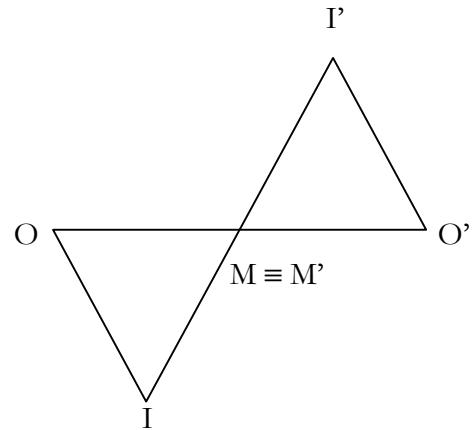
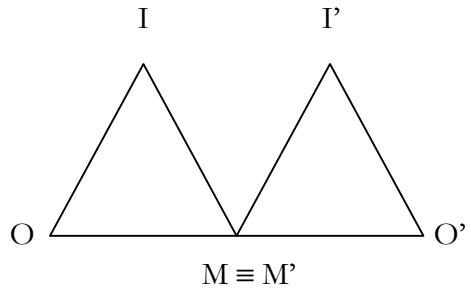
3.1.1. Übersicht der möglichen Kombinationen

$$\begin{array}{llll} M \equiv M' & M' \equiv M & O \equiv M' & M' \equiv O \\ M \equiv O' & O' \equiv M & O \equiv O' & O' \equiv O \\ M \equiv I' & I' \equiv M & O \equiv I' & I' \equiv O \end{array}$$

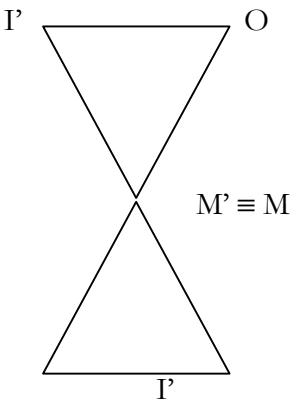
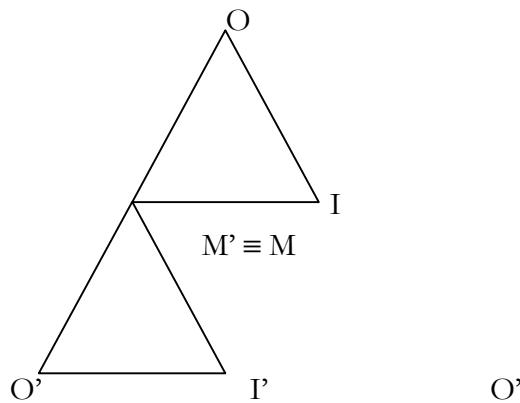
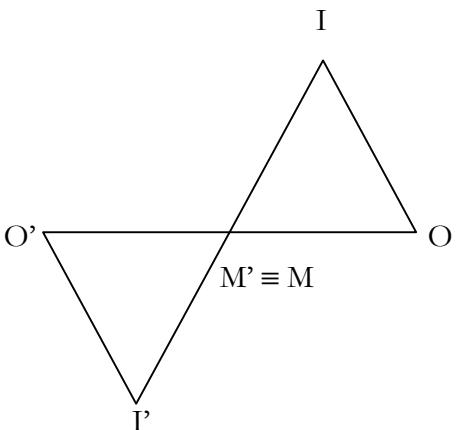
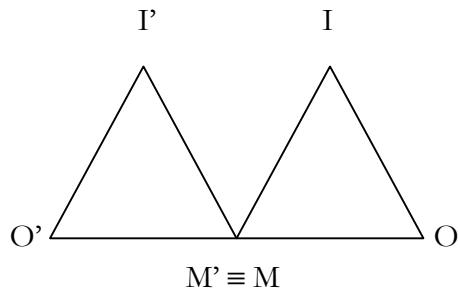
$$\begin{array}{ll} I \equiv M' & M' \equiv I \\ I \equiv O' & O' \equiv I \\ I \equiv I' & I' \equiv I \end{array}$$

3.1.2. Strukturtypen

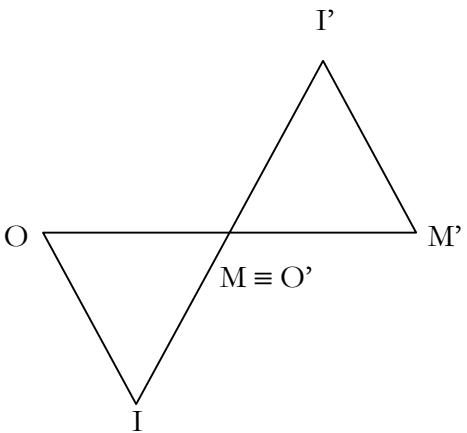
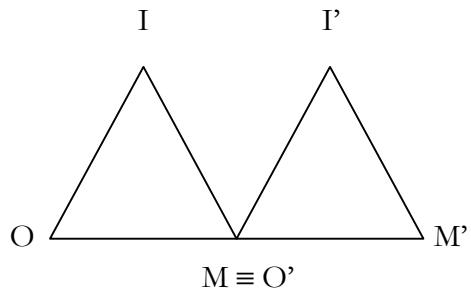
3.1.2.1. $M \equiv M'$

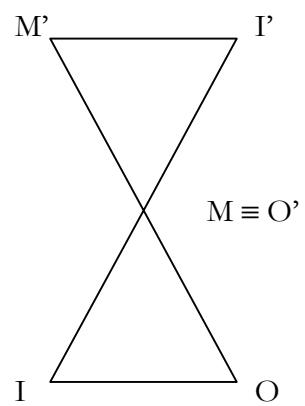
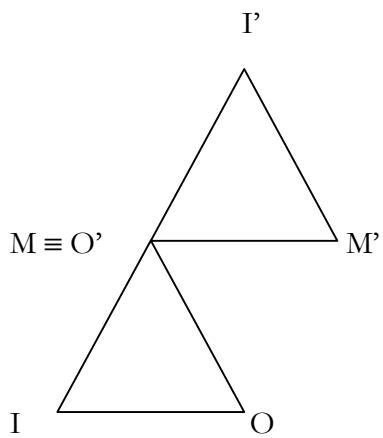


3.1.2.2. $M' \equiv M$

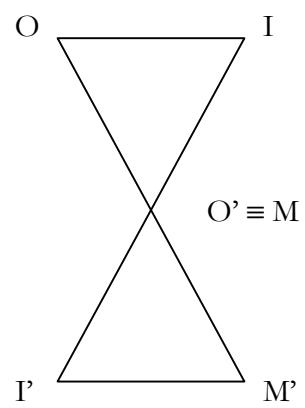
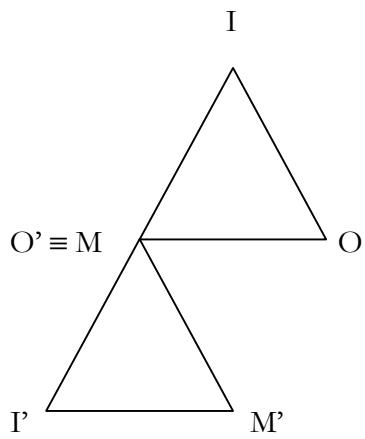
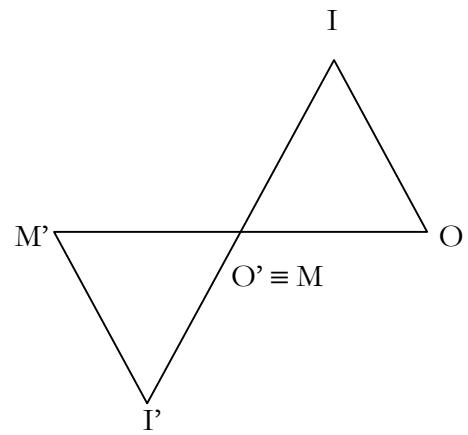
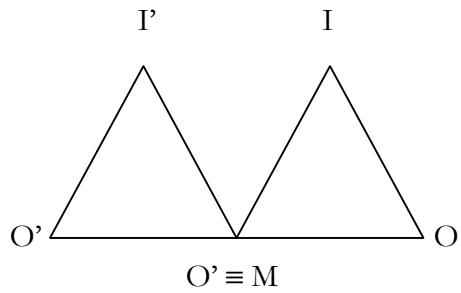


3.1.2.3. $M \equiv O'$

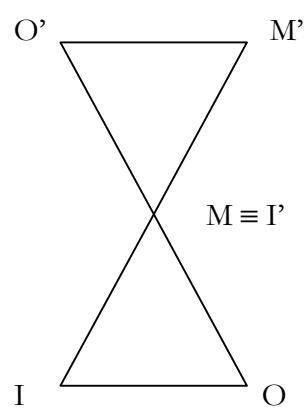
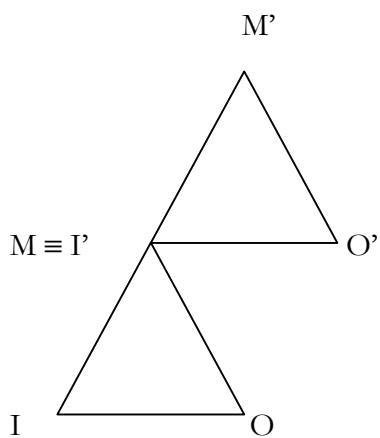
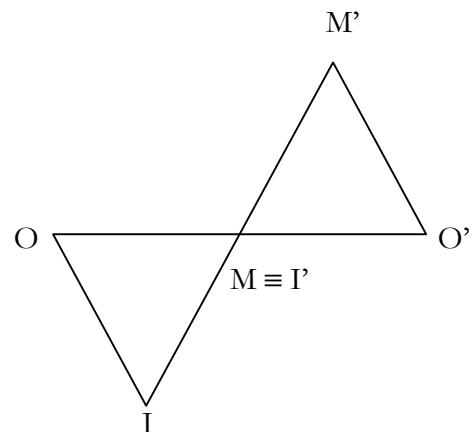
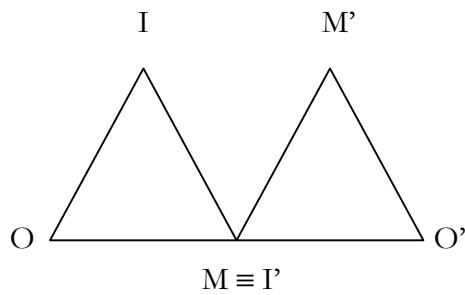




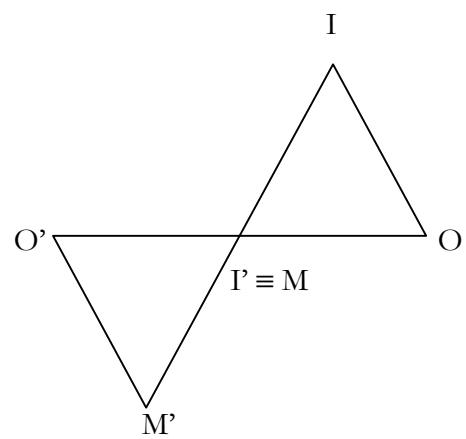
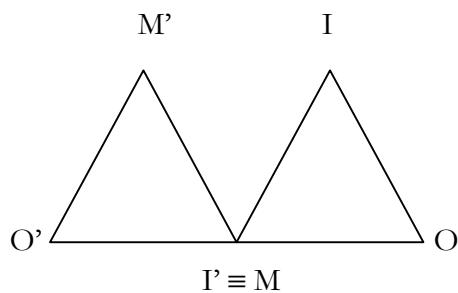
3.1.2.4. $O' \equiv M$

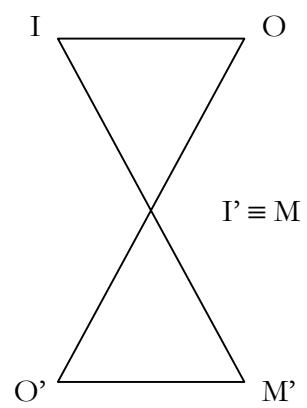
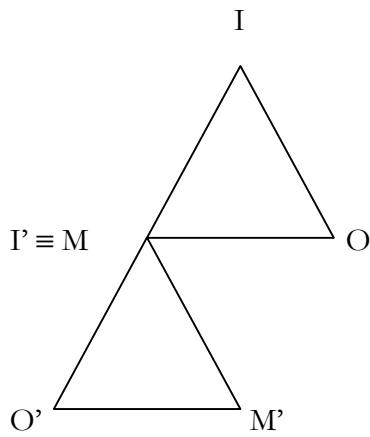


3.1.2.5. $M \equiv I'$

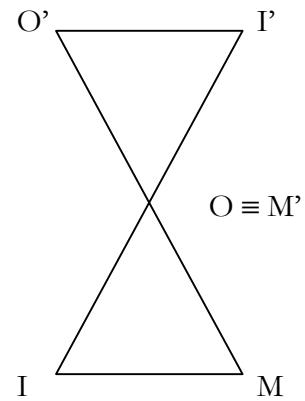
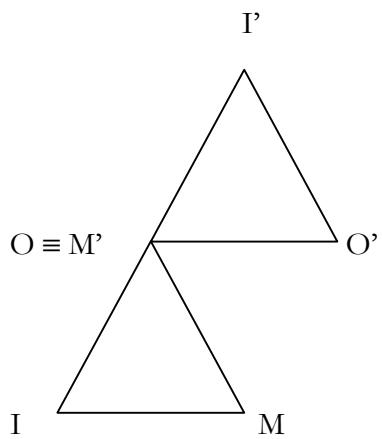
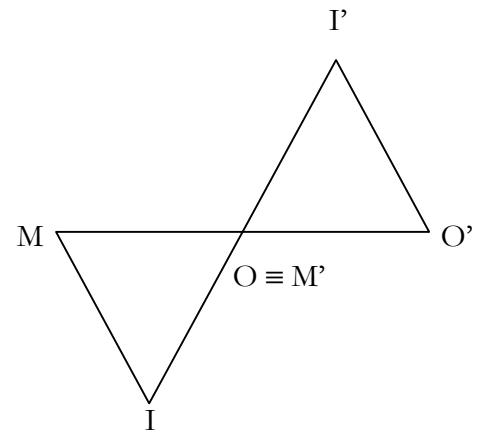
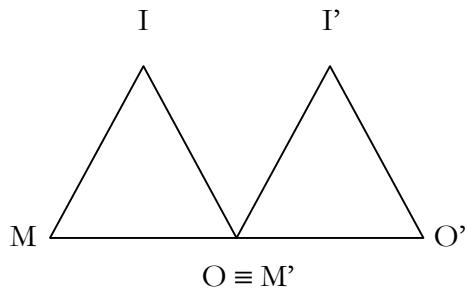


3.1.2.6. $I' \equiv M$

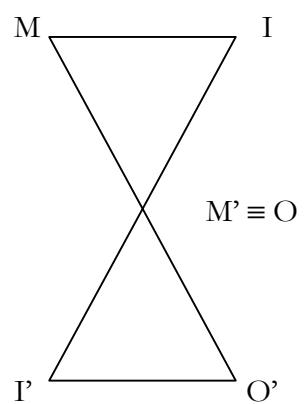
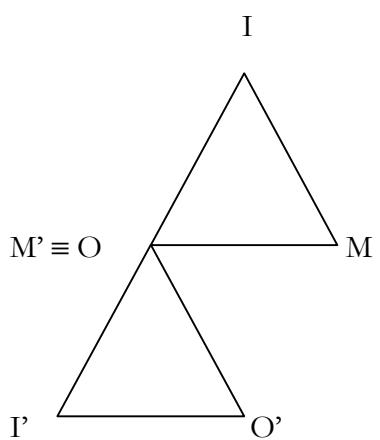
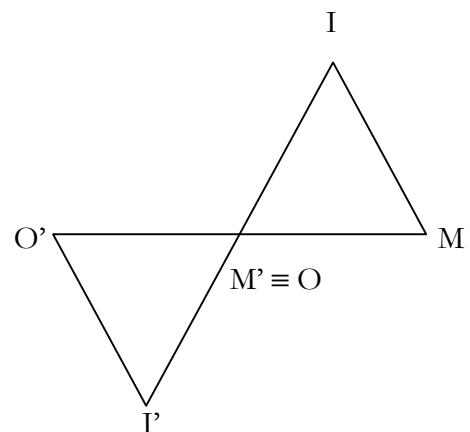
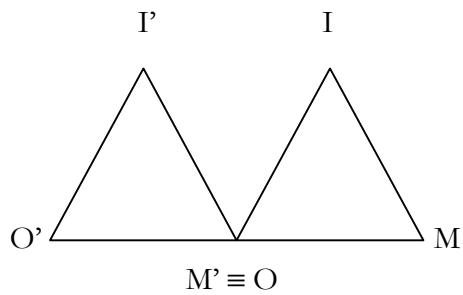




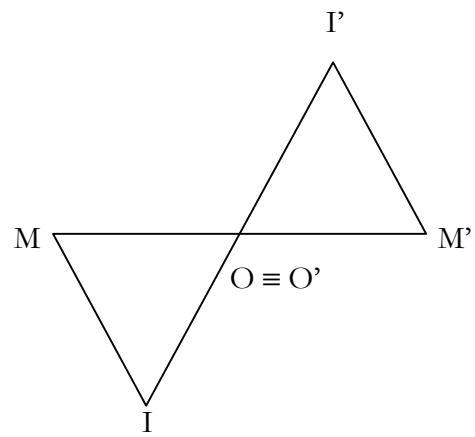
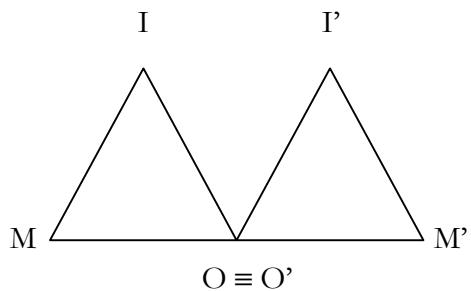
3.1.2.7. $O \equiv M'$

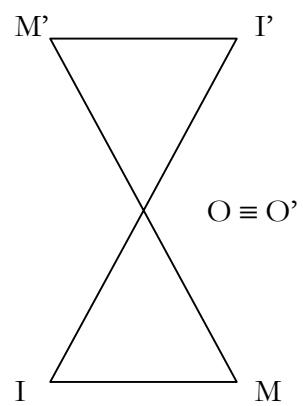
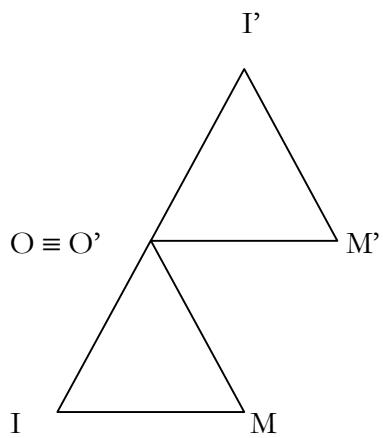


3.1.2.8. $M' \equiv O$

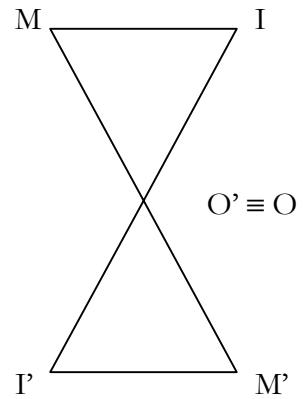
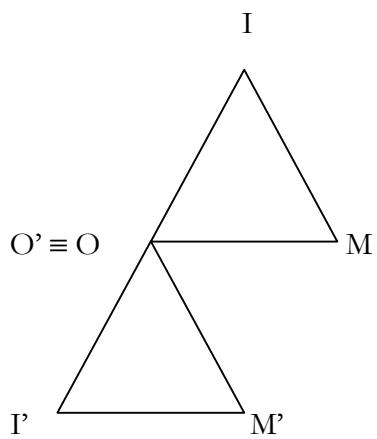
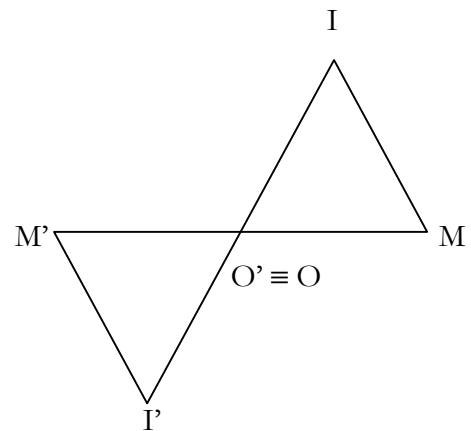
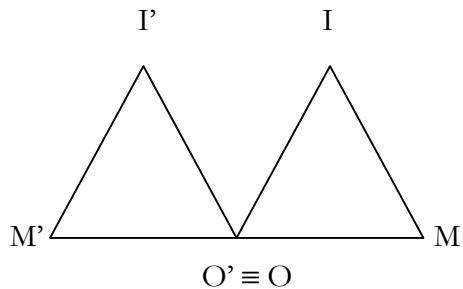


3.1.2.9. $O \equiv O'$

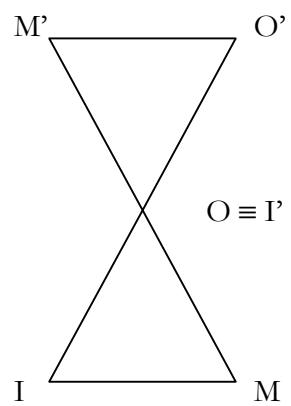
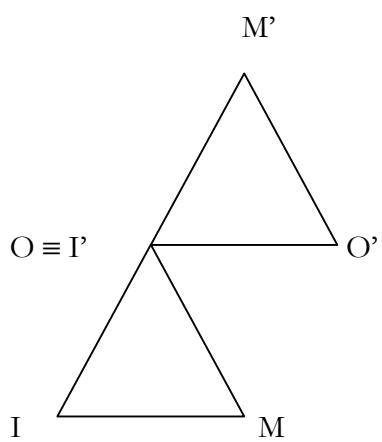
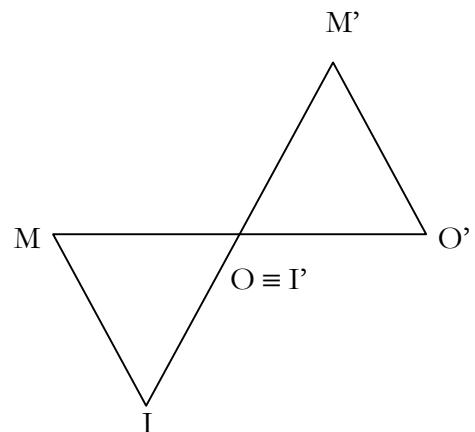
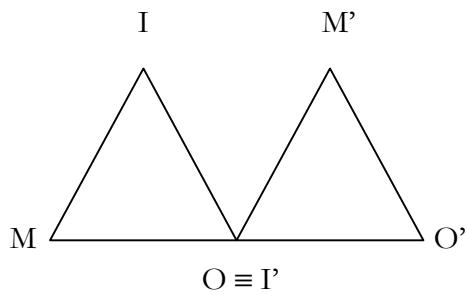




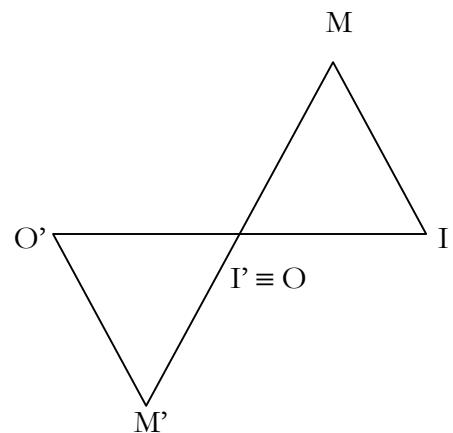
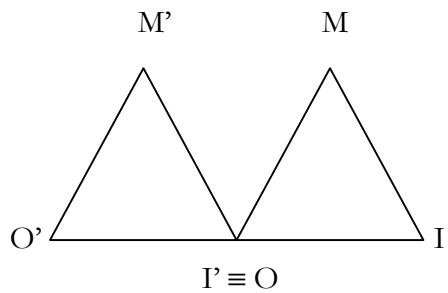
3.1.2.10. $O' \equiv O$

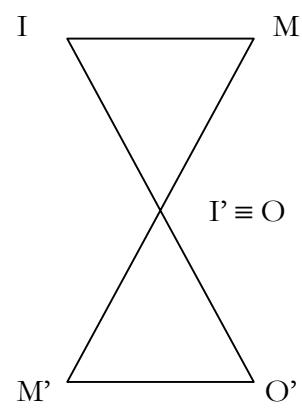
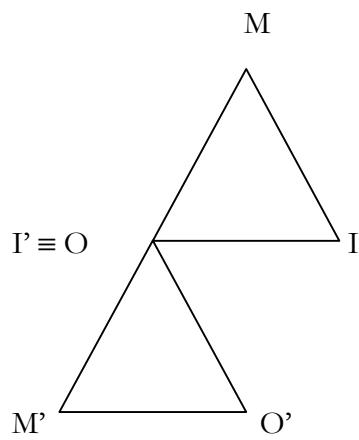


3.1.2.11. $O \equiv I'$

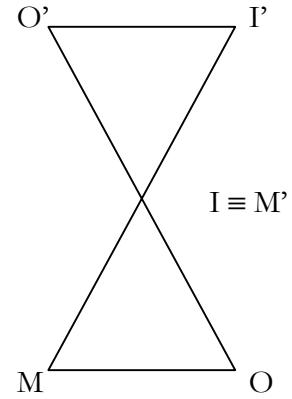
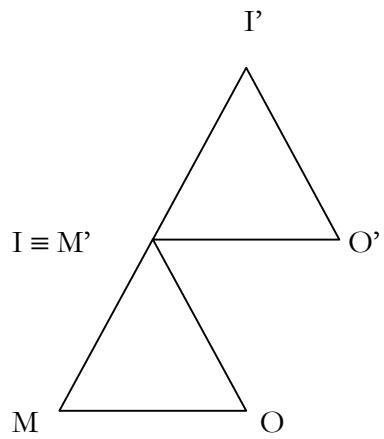
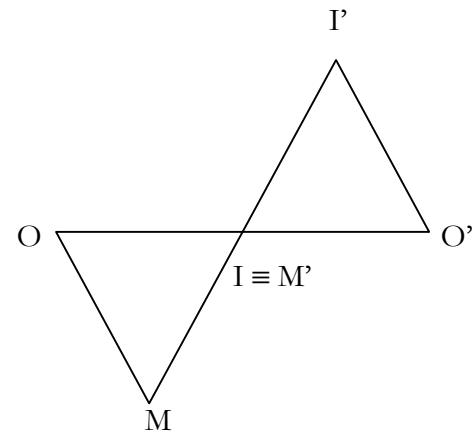
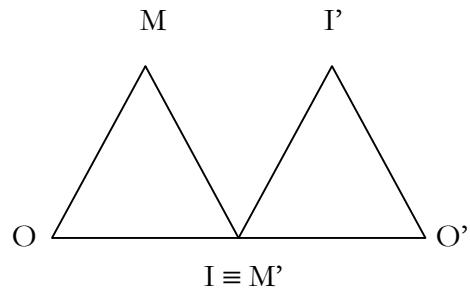


3.1.2.12. $I' \equiv O$

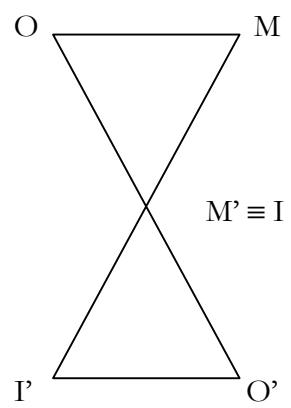
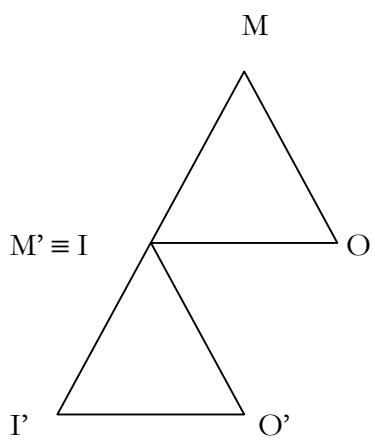
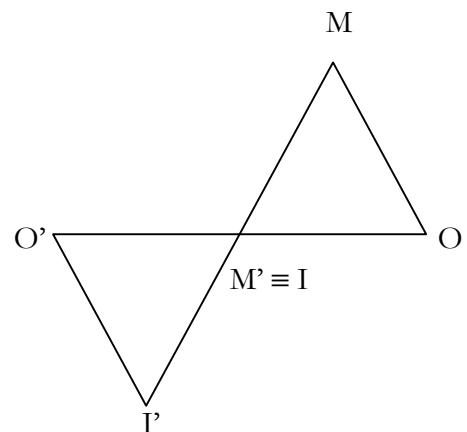
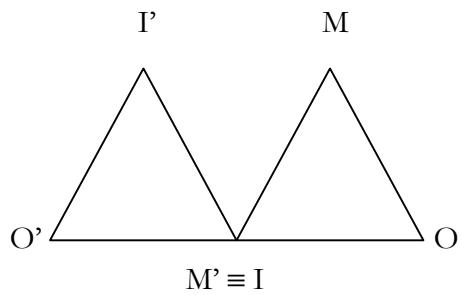




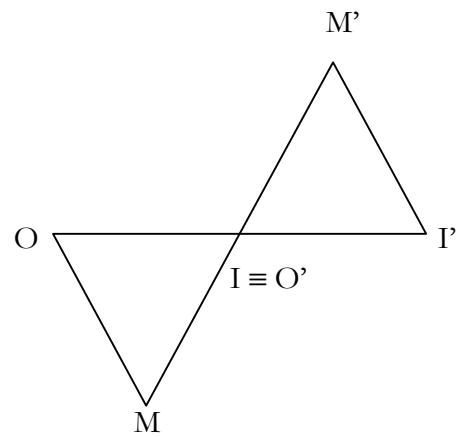
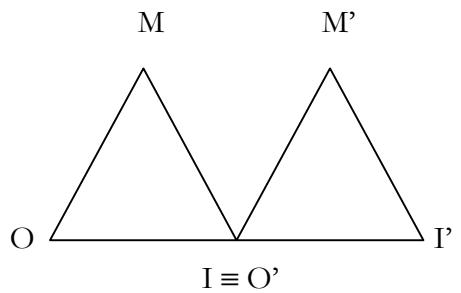
3.1.2.13. $I \equiv M'$

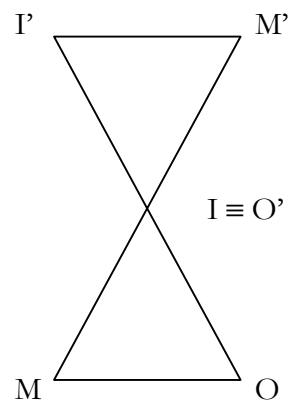
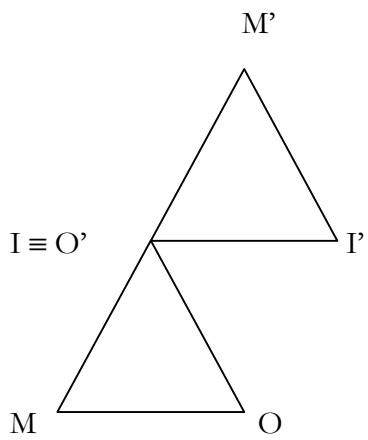


3.1.2.14. $M' \equiv I$

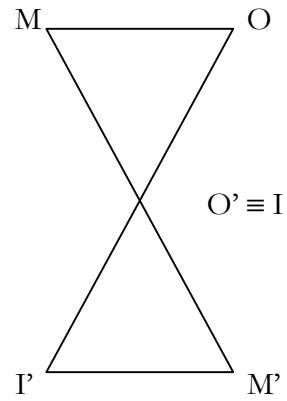
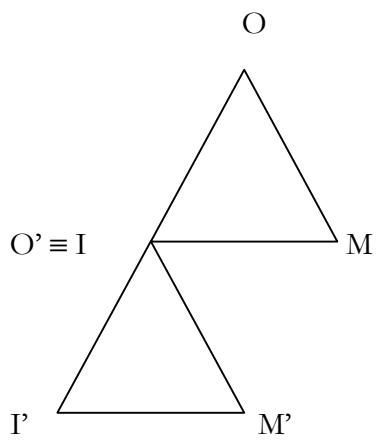
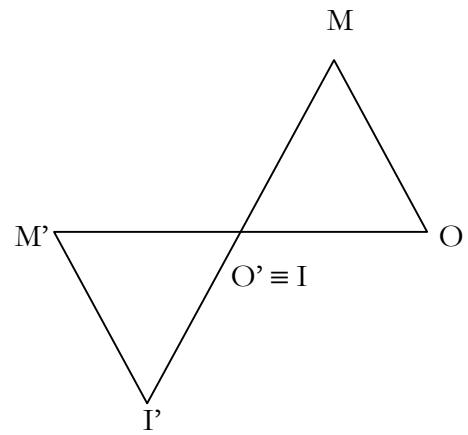
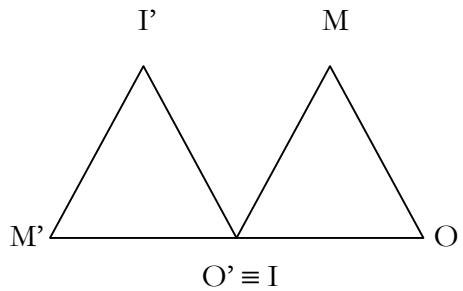


3.1.2.15. $I \equiv O'$

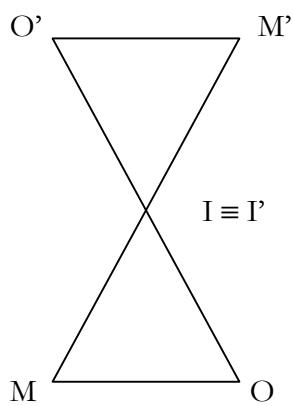
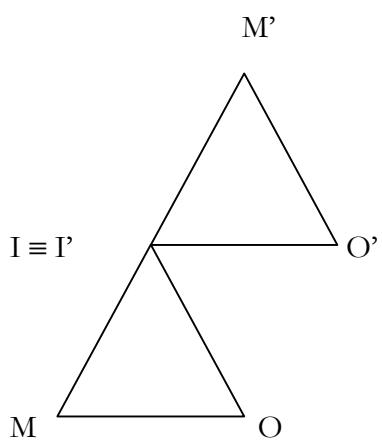
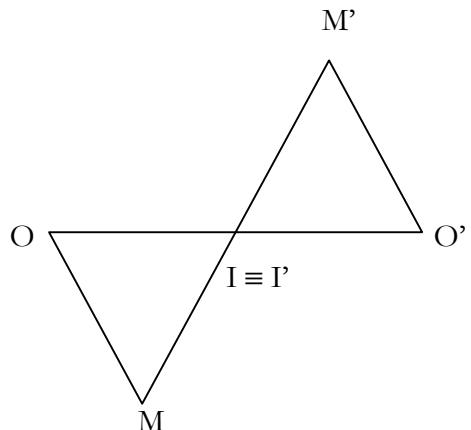
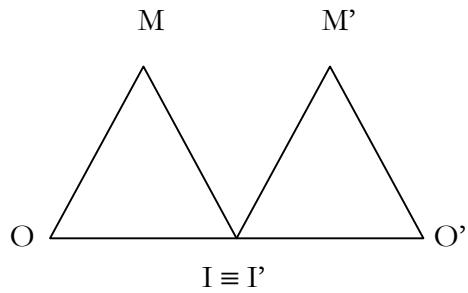




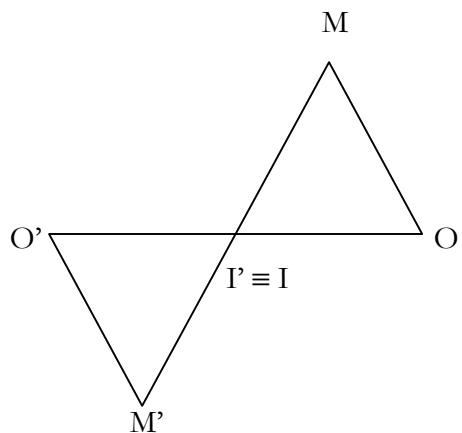
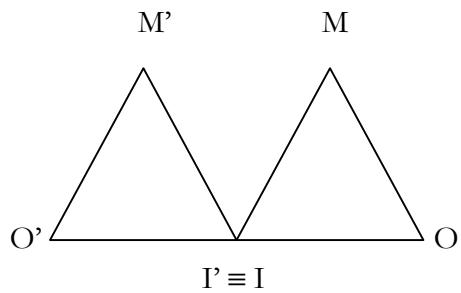
3.1.2.16. $O' \equiv I$

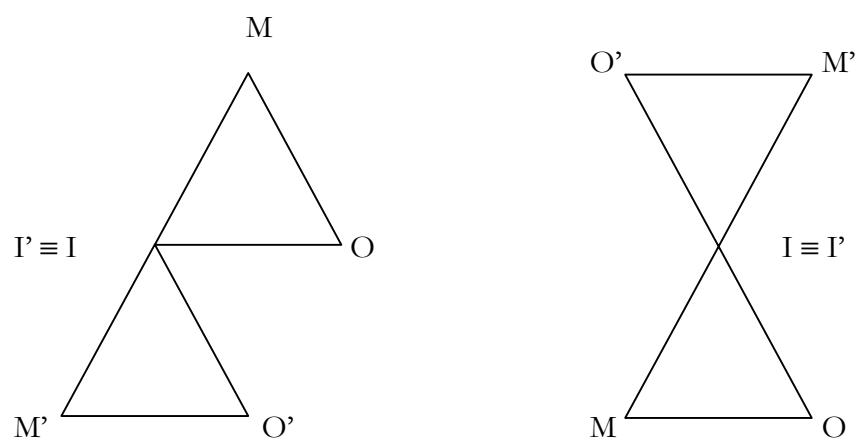


3.1.2.17. $I \equiv I'$



3.1.2.18. $I' \equiv I$





3.2. Dyadische Zeichenzusammenhänge

3.2.1. Übersicht über die möglichen Kombinationen

$$M/O \equiv M'/O' \quad M'/O' \equiv M/O$$

$$M/O \equiv O'/I' \quad O'/I' \equiv M/O$$

$$M/O \equiv M'/I' \quad M'/I' \equiv M/O$$

$$O/I \equiv M'/O' \quad M'/O' \equiv O/I$$

$$O/I \equiv O'/I' \quad O'/I' \equiv O/I$$

$$O/I \equiv M'/I' \quad M'/I' \equiv O/I$$

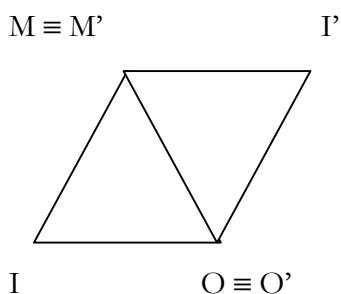
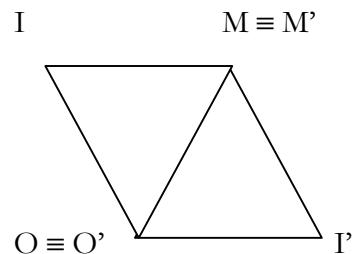
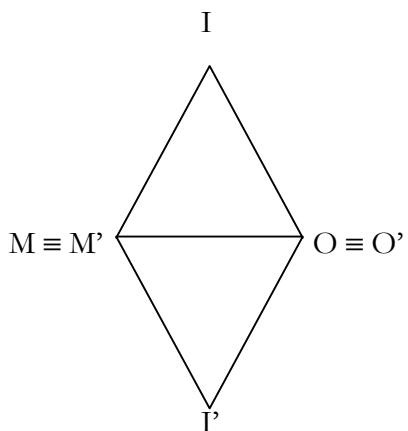
$$M/I \equiv M'/O' \quad M'/O' \equiv M/I$$

$$M/I \equiv O'/I' \quad O'/I' \equiv M/I$$

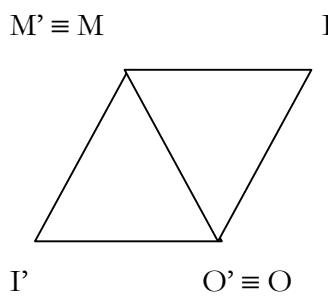
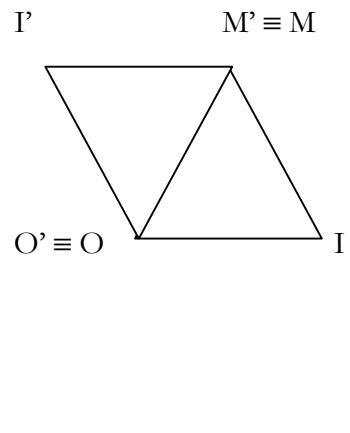
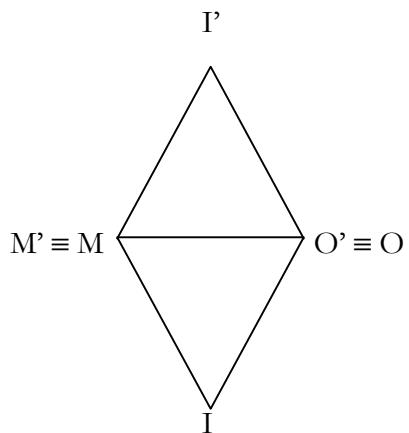
$$M/I \equiv M'/I' \quad M'/I' \equiv M/I$$

3.2.2. Strukturtypen

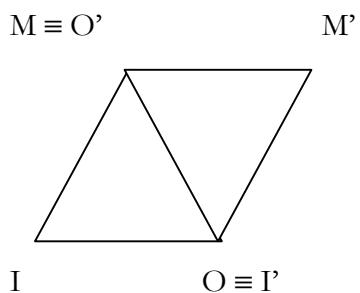
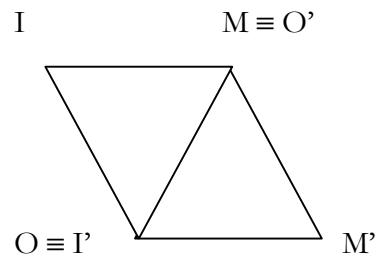
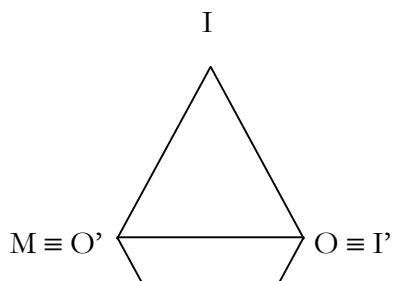
3.2.2.1. $M/O \equiv M'/O'$



3.2.2.2. $M'/O' \equiv M/O$

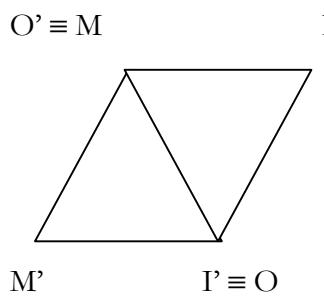
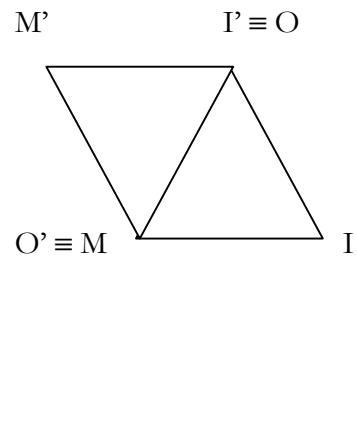
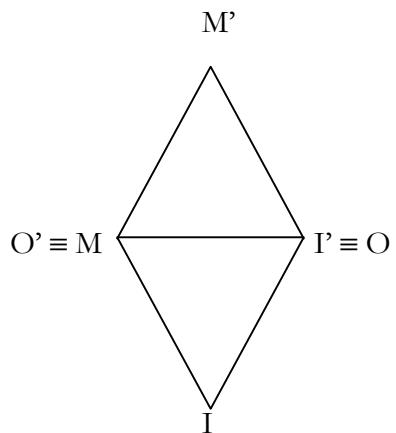


3.2.2.3. $M/O \equiv O'/I'$

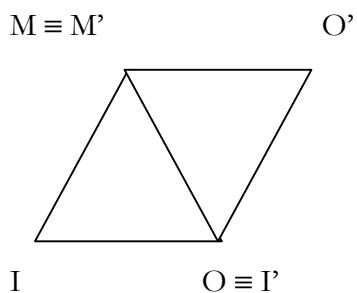
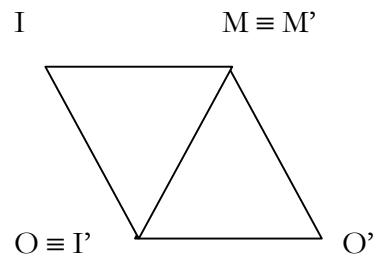
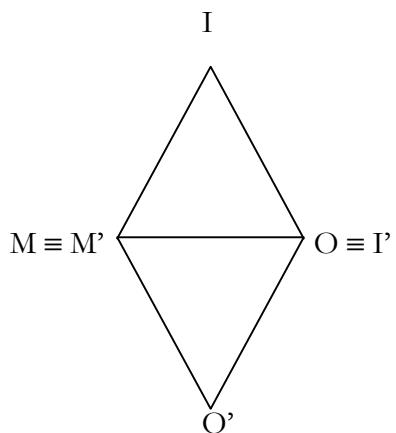


$O \equiv I'$

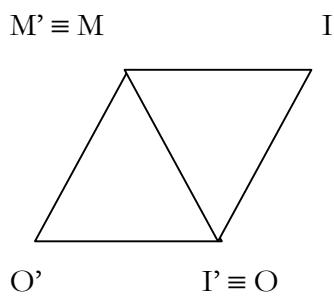
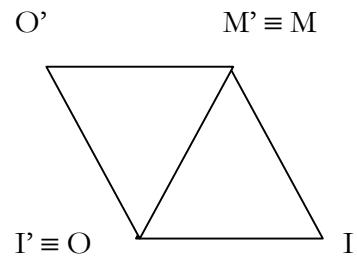
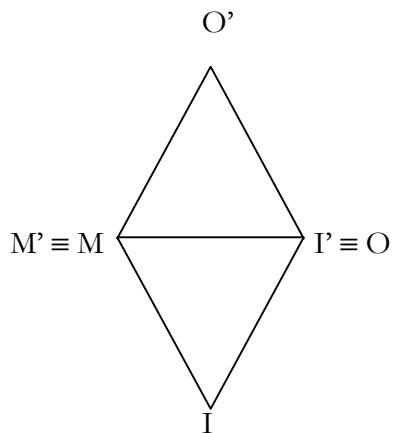
3.2.2.4. $O'/I' \equiv M/O$



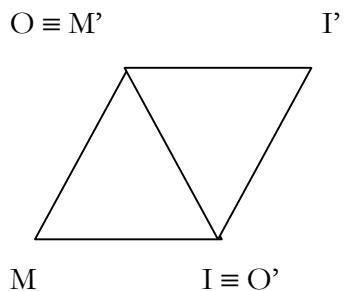
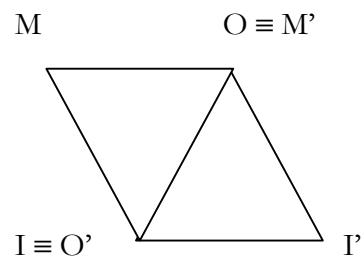
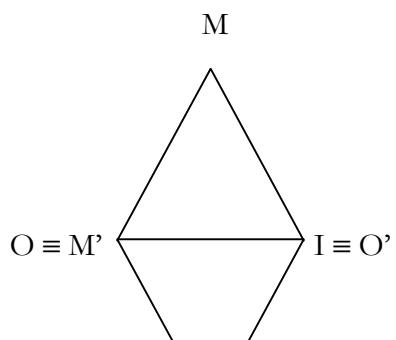
3.2.2.5. $M/O \equiv M'/I'$



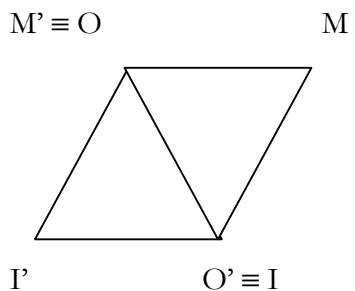
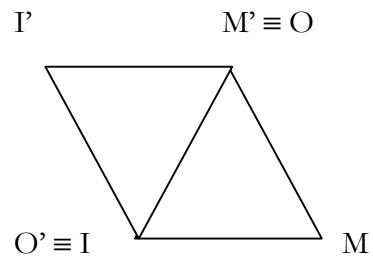
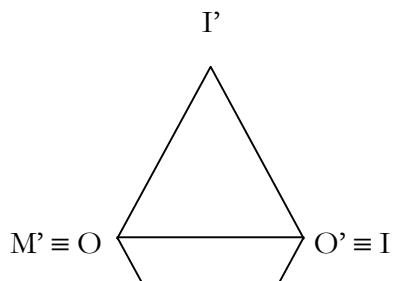
3.2.2.6. $M'/I' \cong M/O$



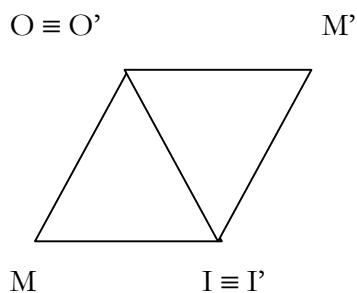
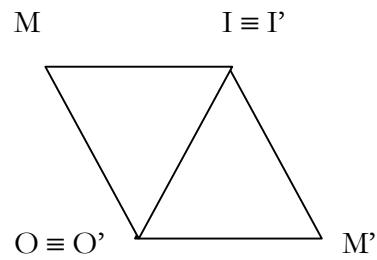
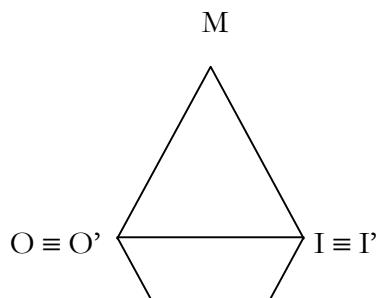
3.2.2.7. $O/I \equiv M'/O'$



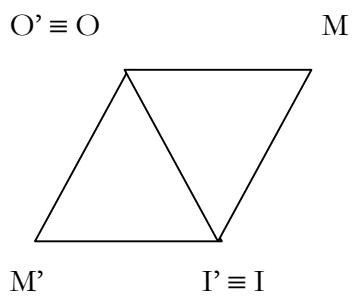
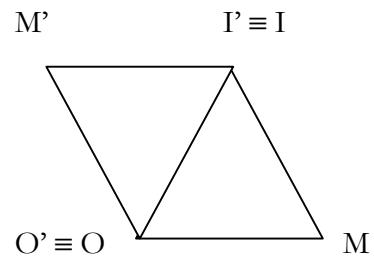
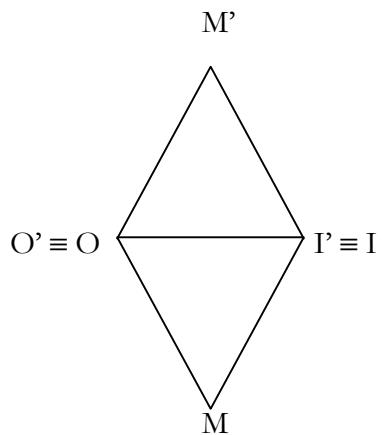
3.2.2.8. $M'/O' \equiv O/I$



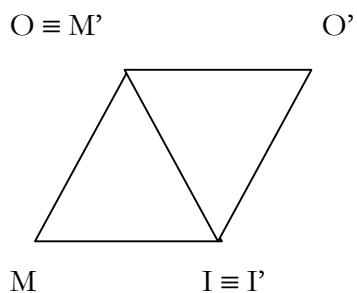
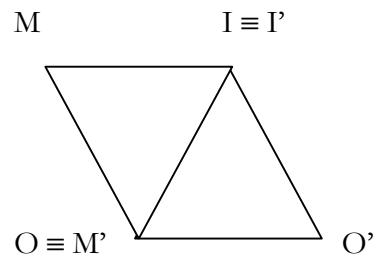
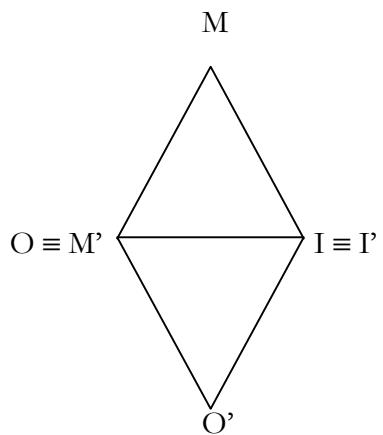
3.2.2.9. $O/I \equiv O'/I'$



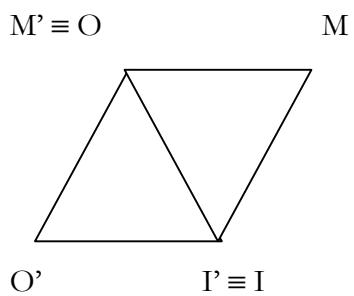
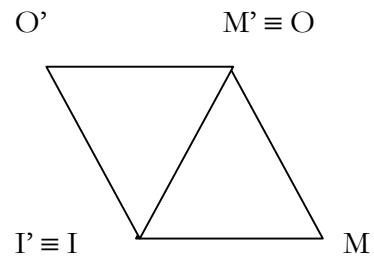
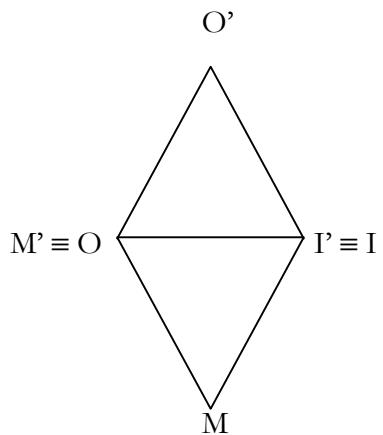
3.2.2.10. $O'/I' \equiv O/I$



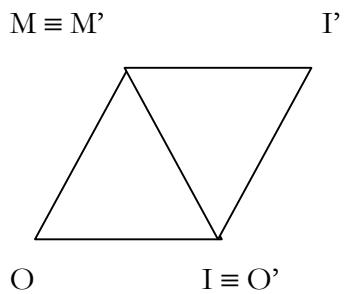
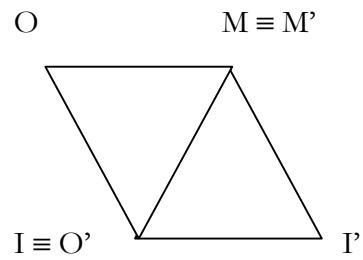
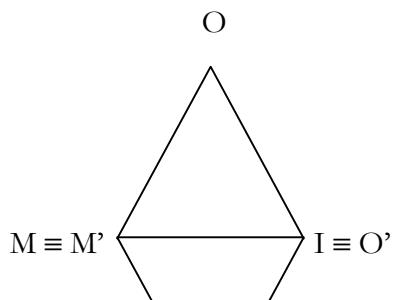
3.2.2.11. $O/I \equiv M'/I'$



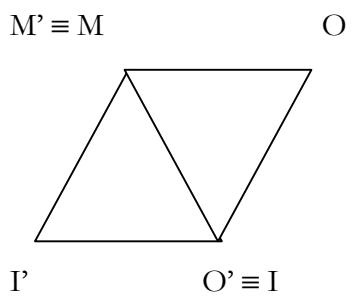
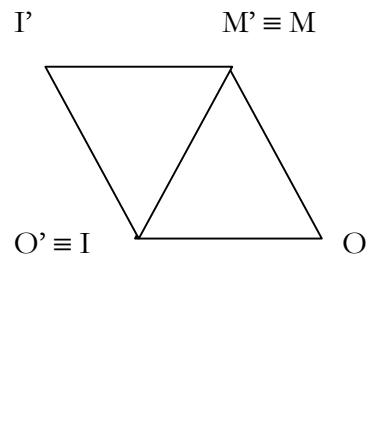
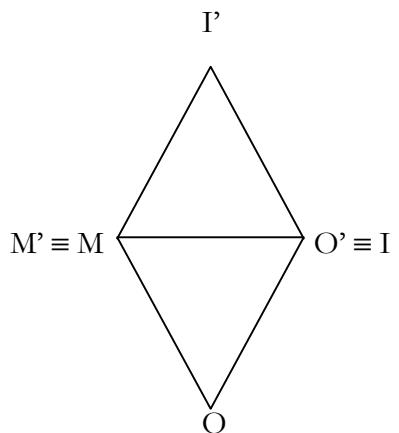
3.2.2.12. $M'/I' \cong O/I$



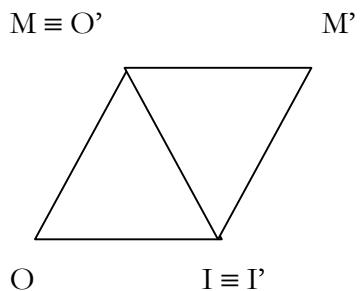
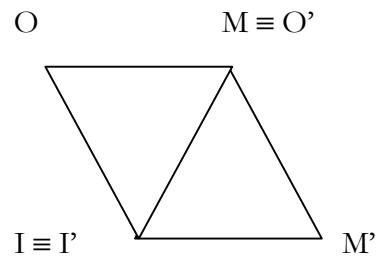
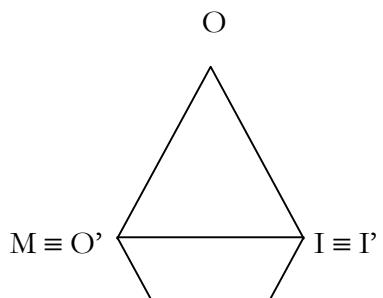
3.2.2.13. $M/I \equiv M'/O'$



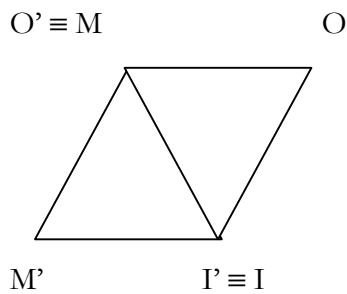
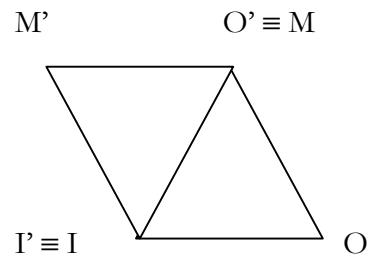
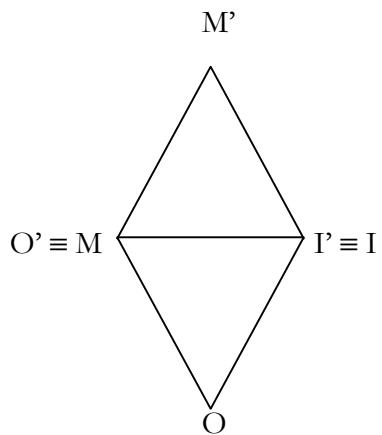
3.2.2.14. $M'/O' \equiv M/I$



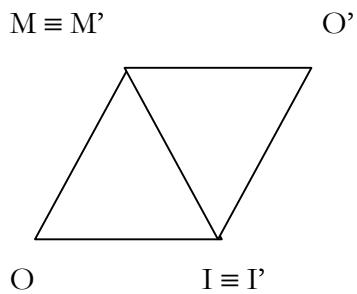
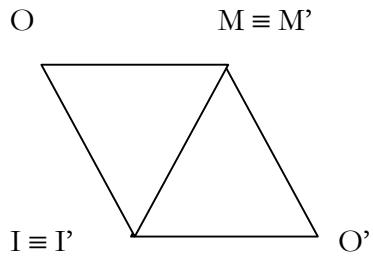
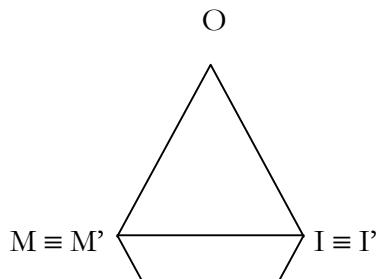
3.2.2.15. $M/I \equiv O'/I'$



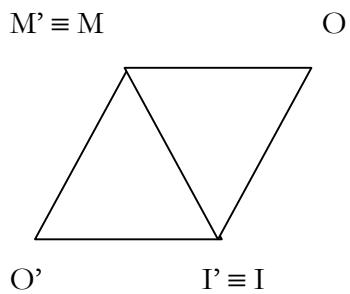
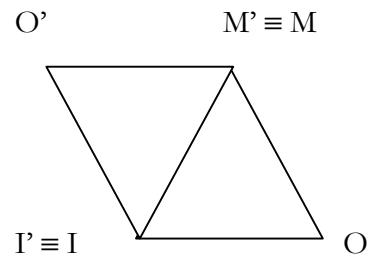
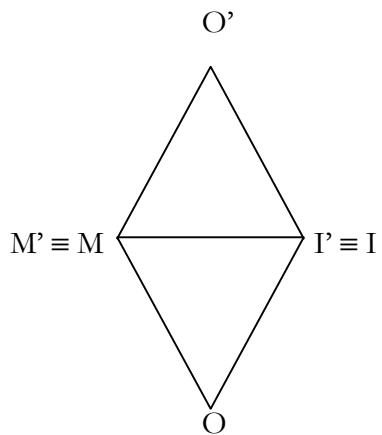
3.2.2.16. $O'/I' \equiv M/I$



3.2.2.17. $M/I \cong M'/I'$



3.2.2.18. $M'/I' \cong M/I$



4. Mikrosemiotische Zeichenzusammenhänge

4.1. Monadische Zeichenzusammenhänge

$M \equiv M'$		$M' \equiv M$
$1.1 \equiv 1.1'$	\Leftrightarrow	$[id1, id1]$
$1.2 \equiv 1.1'$	\Leftrightarrow	$[id1, \alpha^\circ]$
$1.3 \equiv 1.1'$	\Leftrightarrow	$[id1, \alpha^\circ\beta^\circ]$
$1.2 \equiv 1.2'$	\Leftrightarrow	$[id1, id2]$
$1.3 \equiv 1.2'$	\Leftrightarrow	$[id1, \beta^\circ]$
$1.3 \equiv 1.3'$	\Leftrightarrow	$[id1, id3]$
$1.1' \equiv 1.1$	\Leftrightarrow	$[id1, id1]$
$1.1' \equiv 1.2$	\Leftrightarrow	$[id1, \alpha]$
$1.1' \equiv 1.3$	\Leftrightarrow	$[id1, \beta\alpha]$
$1.2' \equiv 1.2$	\Leftrightarrow	$[id1, id2]$
$1.2' \equiv 1.3$	\Leftrightarrow	$[id1, \beta]$
$1.3' \equiv 1.3$	\Leftrightarrow	$[id1, id3]$

$M \equiv O'$		$O' \equiv M$
$1.1 \equiv 2.1'$	\Leftrightarrow	$[\alpha, id1]$
$1.2 \equiv 2.1'$	\Leftrightarrow	$[\alpha, \alpha^\circ]$
$1.3 \equiv 2.1'$	\Leftrightarrow	$[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]$
$1.1 \equiv 2.2'$	\Leftrightarrow	$[\alpha, \alpha]$
$1.2 \equiv 2.2'$	\Leftrightarrow	$[\alpha, id2]$
$1.3 \equiv 2.2'$	\Leftrightarrow	$[\alpha, \beta^\circ]$
$1.1 \equiv 2.3'$	\Leftrightarrow	$[\alpha, \beta\alpha]$
$1.2 \equiv 2.3'$	\Leftrightarrow	$[\alpha, \beta]$
$1.3 \equiv 2.3'$	\Leftrightarrow	$[\alpha, id3]$
$2.1' \equiv 1.1$	\Leftrightarrow	$[\alpha^\circ, id1]$
$2.1' \equiv 1.2$	\Leftrightarrow	$[\alpha^\circ, \alpha]$
$2.1' \equiv 1.3$	\Leftrightarrow	$[\alpha^\circ, \beta\alpha]$
$2.2' \equiv 1.1$	\Leftrightarrow	$[\alpha^\circ, \alpha^\circ]$
$2.2' \equiv 1.2$	\Leftrightarrow	$[\alpha^\circ, id2]$
$2.2' \equiv 1.3$	\Leftrightarrow	$[\alpha^\circ, \beta]$
$2.3' \equiv 1.1$	\Leftrightarrow	$[\alpha^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ]$
$2.3' \equiv 1.2$	\Leftrightarrow	$[\alpha^\circ, \beta^\circ]$
$2.3' \equiv 1.3$	\Leftrightarrow	$[\alpha^\circ, id3]$

$M \equiv I'$		$I' \equiv M$
$1.1 \equiv 3.1'$	\Leftrightarrow	$[\beta\alpha, id1]$
$1.2 \equiv 3.1'$	\Leftrightarrow	$[\beta\alpha, \alpha^\circ]$
$1.3 \equiv 3.1'$	\Leftrightarrow	$[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]$
$1.1 \equiv 3.2'$	\Leftrightarrow	$[\beta\alpha, \alpha]$
$1.2 \equiv 3.2'$	\Leftrightarrow	$[\beta\alpha, id2]$
$1.3 \equiv 3.2'$	\Leftrightarrow	$[\beta\alpha, \beta^\circ]$
$1.1 \equiv 3.3'$	\Leftrightarrow	$[\beta\alpha, \beta\alpha]$
$1.2 \equiv 3.3'$	\Leftrightarrow	$[\beta\alpha, \beta]$
$1.3 \equiv 3.3'$	\Leftrightarrow	$[\beta\alpha, id3]$
$3.1' \equiv 1.1$	\Leftrightarrow	$[\alpha^\circ\beta^\circ, id1]$
$3.1' \equiv 1.2$	\Leftrightarrow	$[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha]$
$3.1' \equiv 1.3$	\Leftrightarrow	$[\alpha^\circ\beta^\circ, \beta\alpha]$
$3.2' \equiv 1.1$	\Leftrightarrow	$[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ]$
$3.2' \equiv 1.2$	\Leftrightarrow	$[\alpha^\circ\beta^\circ, id2]$
$3.2' \equiv 1.3$	\Leftrightarrow	$[\alpha^\circ\beta^\circ, \beta]$
$3.3' \equiv 1.1$	\Leftrightarrow	$[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ]$
$3.3' \equiv 1.2$	\Leftrightarrow	$[\alpha^\circ\beta^\circ, \beta^\circ]$
$3.3' \equiv 1.3$	\Leftrightarrow	$[\alpha^\circ\beta^\circ, id3]$

$O \equiv M'$		$M' \equiv O$
$2.1 \equiv 1.1'$	\Leftrightarrow	$[\alpha^\circ, id1]$
$2.2 \equiv 1.1'$	\Leftrightarrow	$[\alpha^\circ, \alpha^\circ]$
$2.3 \equiv 1.1'$	\Leftrightarrow	$[\alpha^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ]$
$2.1 \equiv 1.2'$	\Leftrightarrow	$[\alpha^\circ, \alpha]$
$2.2 \equiv 1.2'$	\Leftrightarrow	$[\alpha^\circ, id2]$
$2.3 \equiv 1.2'$	\Leftrightarrow	$[\alpha^\circ, \beta^\circ]$
$1.1' \equiv 2.1$	\Leftrightarrow	$[\alpha, id1]$
$1.1' \equiv 2.2$	\Leftrightarrow	$[\alpha, \alpha]$
$1.1' \equiv 2.3$	\Leftrightarrow	$[\alpha, \beta\alpha]$
$1.2' \equiv 2.1$	\Leftrightarrow	$[\alpha, \alpha^\circ]$
$1.2' \equiv 2.2$	\Leftrightarrow	$[\alpha, id2]$
$1.2' \equiv 2.3$	\Leftrightarrow	$[\alpha, \beta]$

$2.1 \equiv 1.3'$	\Leftrightarrow	$[\alpha^\circ, \beta\alpha]$	$1.3' \equiv 2.1$	\Leftrightarrow	$[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]$
$2.2 \equiv 1.3'$	\Leftrightarrow	$[\alpha^\circ, \beta]$	$1.3' \equiv 2.2$	\Leftrightarrow	$[\alpha, \beta^\circ]$
$2.3 \equiv 1.3'$	\Leftrightarrow	$[\alpha^\circ, \text{id}3]$	$1.3' \equiv 2.3$	\Leftrightarrow	$[\alpha, \text{id}3]$

$O \equiv O'$		$O' \equiv O$	
$2.1 \equiv 2.1'$	\Leftrightarrow	$[\text{id}2, \text{id}1]$	$2.1' \equiv 2.1$
$2.2 \equiv 2.1'$	\Leftrightarrow	$[\text{id}2, \alpha^\circ]$	$2.1' \equiv 2.2$
$2.3 \equiv 2.1'$	\Leftrightarrow	$[\text{id}2, \alpha^\circ\beta^\circ]$	$2.1' \equiv 2.3$
$2.2 \equiv 2.2'$	\Leftrightarrow	$[\text{id}2, \text{id}2]$	$2.2' \equiv 2.2$
$2.3 \equiv 2.2'$	\Leftrightarrow	$[\text{id}2, \beta^\circ]$	$2.2' \equiv 2.3$
$2.3 \equiv 2.3'$	\Leftrightarrow	$[\text{id}2, \text{id}3]$	$2.3' \equiv 2.3$

$O \equiv I'$		$I' \equiv O$	
$2.1 \equiv 3.1'$	\Leftrightarrow	$[\beta, \text{id}1]$	$3.1' \equiv 2.1$
$2.2 \equiv 3.1'$	\Leftrightarrow	$[\beta, \alpha^\circ]$	$3.1' \equiv 2.2$
$2.3 \equiv 3.1'$	\Leftrightarrow	$[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]$	$3.1' \equiv 2.3$
$2.1 \equiv 3.2'$	\Leftrightarrow	$[\beta, \alpha]$	$3.2' \equiv 2.1$
$2.2 \equiv 3.2'$	\Leftrightarrow	$[\beta, \text{id}2]$	$3.2' \equiv 2.2$
$2.3 \equiv 3.2'$	\Leftrightarrow	$[\beta, \beta^\circ]$	$3.2' \equiv 2.3$
$2.1 \equiv 3.3'$	\Leftrightarrow	$[\beta, \beta\alpha]$	$3.3' \equiv 2.1$
$2.2 \equiv 3.3'$	\Leftrightarrow	$[\beta, \beta]$	$3.3' \equiv 2.2$
$2.3 \equiv 3.3'$	\Leftrightarrow	$[\beta, \text{id}3]$	$3.3' \equiv 2.3$

$I \equiv M'$		$M' \equiv I$	
$3.1 \equiv 1.1'$	\Leftrightarrow	$[\alpha^\circ\beta^\circ, \text{id}1]$	$1.1' \equiv 3.1$
$3.2 \equiv 1.1'$	\Leftrightarrow	$[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ]$	$1.1' \equiv 3.2$
$3.3 \equiv 1.1'$	\Leftrightarrow	$[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ]$	$1.1' \equiv 3.3$
$3.1 \equiv 1.2'$	\Leftrightarrow	$[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha]$	$1.2' \equiv 3.1$
$3.2 \equiv 1.2'$	\Leftrightarrow	$[\alpha^\circ\beta^\circ, \text{id}2]$	$1.2' \equiv 3.2$
$3.3 \equiv 1.2'$	\Leftrightarrow	$[\alpha^\circ\beta^\circ, \beta^\circ]$	$1.2' \equiv 3.3$
$3.1 \equiv 1.3'$	\Leftrightarrow	$[\alpha^\circ\beta^\circ, \beta\alpha]$	$1.3' \equiv 3.1$
$3.2 \equiv 1.3'$	\Leftrightarrow	$[\alpha^\circ\beta^\circ, \beta]$	$1.3' \equiv 3.2$
$3.3 \equiv 1.3'$	\Leftrightarrow	$[\alpha^\circ\beta^\circ, \text{id}3]$	$1.3' \equiv 3.3$

$I \equiv O'$		$O' \equiv I$	
$3.1 \equiv 2.1'$	\Leftrightarrow	$[\beta^\circ, \text{id}1]$	$2.1' \equiv 3.1$
$3.2 \equiv 2.1'$	\Leftrightarrow	$[\beta^\circ, \alpha^\circ]$	$2.1' \equiv 3.2$
$3.3 \equiv 2.1'$	\Leftrightarrow	$[\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ]$	$2.1' \equiv 3.3$
$3.1 \equiv 2.2'$	\Leftrightarrow	$[\beta^\circ, \alpha]$	$2.2' \equiv 3.1$
$3.2 \equiv 2.2'$	\Leftrightarrow	$[\beta^\circ, \text{id}2]$	$2.2' \equiv 3.2$
$3.3 \equiv 2.2'$	\Leftrightarrow	$[\beta^\circ, \beta^\circ]$	$2.2' \equiv 3.3$
$3.1 \equiv 2.3'$	\Leftrightarrow	$[\beta^\circ, \beta\alpha]$	$2.3' \equiv 3.1$
$3.2 \equiv 2.3'$	\Leftrightarrow	$[\beta^\circ, \beta]$	$2.3' \equiv 3.2$

$3.3 \equiv 2.3'$	\Leftrightarrow	$[\beta^\circ, \text{id}3]$	$2.3' \equiv 3.3$	\Leftrightarrow	$[\beta, \text{id}3]$
$I \equiv I'$			$I' \equiv I$		
$3.1 \equiv 3.1'$	\Leftrightarrow	$[\text{id}3, \text{id}1]$	$3.1' \equiv 3.1$	\Leftrightarrow	$[\text{id}3, \text{id}1]$
$3.2 \equiv 3.1'$	\Leftrightarrow	$[\text{id}3, \alpha^\circ]$	$3.1' \equiv 3.2$	\Leftrightarrow	$[\text{id}3, \alpha]$
$3.3 \equiv 3.1'$	\Leftrightarrow	$[\text{id}3, \alpha^\circ\beta^\circ]$	$3.1' \equiv 3.3$	\Leftrightarrow	$[\text{id}3, \beta\alpha]$
$3.2 \equiv 3.2'$	\Leftrightarrow	$[\text{id}3, \text{id}2]$	$3.2' \equiv 3.2$	\Leftrightarrow	$[\text{id}3, \text{id}2]$
$3.3 \equiv 3.2'$	\Leftrightarrow	$[\text{id}3, \beta^\circ]$	$3.2' \equiv 3.3$	\Leftrightarrow	$[\text{id}3, \beta]$
$3.3 \equiv 3.3'$	\Leftrightarrow	$[\text{id}3, \text{id}3]$	$3.3' \equiv 3.3$	\Leftrightarrow	$[\text{id}3, \text{id}3]$

4.2. Dyadische Zeichenzusammenhänge

$M/O \equiv M'/O'$		$M'/O' \equiv M/O$
$1.1-2.1 \equiv 1.1'-2.1'$	$[[\alpha, \text{id}1], [\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-2.1' \equiv 1.1-2.1$
$1.1-2.1 \equiv 1.2'-2.1'$	$[[\alpha, \text{id}1], [\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-2.1' \equiv 1.1-2.1$
$1.1-2.1 \equiv 1.3'-2.1'$	$[[\alpha, \text{id}1], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-2.1' \equiv 1.1-2.1$
$1.1-2.1 \equiv 1.2'-2.2'$	$[[\alpha, \text{id}1], [\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-2.2' \equiv 1.1-2.1$
$1.1-2.1 \equiv 1.3'-2.2'$	$[[\alpha, \text{id}1], [\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-2.2' \equiv 1.1-2.1$
$1.1-2.1 \equiv 1.3'-2.3'$	$[[\alpha, \text{id}1], [\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-2.3' \equiv 1.1-2.1$
$1.2-2.1 \equiv 1.1'-2.1'$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-2.1' \equiv 1.2-2.1$
$1.2-2.1 \equiv 1.2'-2.1'$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-2.1' \equiv 1.2-2.1$
$1.2-2.1 \equiv 1.3'-2.1'$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-2.1' \equiv 1.2-2.1$
$1.2-2.1 \equiv 1.2'-2.2'$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-2.2' \equiv 1.2-2.1$
$1.2-2.1 \equiv 1.3'-2.2'$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-2.2' \equiv 1.2-2.1$
$1.2-2.1 \equiv 1.3'-2.3'$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-2.3' \equiv 1.2-2.1$
$1.3-2.1 \equiv 1.1'-2.1'$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-2.1' \equiv 1.3-2.1$
$1.3-2.1 \equiv 1.2'-2.1'$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-2.1' \equiv 1.3-2.1$
$1.3-2.1 \equiv 1.3'-2.1'$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-2.1' \equiv 1.3-2.1$
$1.3-2.1 \equiv 1.2'-2.2'$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-2.2' \equiv 1.3-2.1$
$1.3-2.1 \equiv 1.3'-2.2'$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-2.2' \equiv 1.3-2.1$
$1.3-2.1 \equiv 1.3'-2.3'$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-2.3' \equiv 1.3-2.1$
$1.2-2.2 \equiv 1.1'-2.1'$	$[[\alpha, \text{id}2], [\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-2.1' \equiv 1.2-2.2$
$1.2-2.2 \equiv 1.2'-2.1'$	$[[\alpha, \text{id}2], [\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-2.1' \equiv 1.2-2.2$
$1.2-2.2 \equiv 1.3'-2.1'$	$[[\alpha, \text{id}2], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-2.1' \equiv 1.2-2.2$
$1.2-2.2 \equiv 1.2'-2.2'$	$[[\alpha, \text{id}2], [\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-2.2' \equiv 1.2-2.2$
$1.2-2.2 \equiv 1.3'-2.2'$	$[[\alpha, \text{id}2], [\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-2.2' \equiv 1.2-2.2$
$1.2-2.2 \equiv 1.3'-2.3'$	$[[\alpha, \text{id}2], [\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-2.3' \equiv 1.2-2.2$
$1.3-2.2 \equiv 1.1'-2.1'$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-2.1' \equiv 1.3-2.2$
$1.3-2.2 \equiv 1.2'-2.1'$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-2.1' \equiv 1.3-2.2$
$1.3-2.2 \equiv 1.3'-2.1'$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-2.1' \equiv 1.3-2.2$
$1.3-2.2 \equiv 1.2'-2.2'$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-2.2' \equiv 1.3-2.2$
$1.3-2.2 \equiv 1.3'-2.2'$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-2.2' \equiv 1.3-2.2$
$1.3-2.2 \equiv 1.3'-2.3'$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-2.3' \equiv 1.3-2.2$

$O/I \equiv M'/O'$	$M'/O' \equiv O/I$
$2.1-3.1 \equiv 1.1'-2.1'$	$[[\beta, id1], [\alpha, id1]] \equiv 1.1'-2.1' \equiv 2.1-3.1$
$2.1-3.1 \equiv 1.2'-2.1'$	$[[\beta, id1], [\alpha, \alpha^\circ]] \equiv 1.2'-2.1' \equiv 2.1-3.1$
$2.1-3.1 \equiv 1.3'-2.1'$	$[[\beta, id1], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]] \equiv 1.3'-2.1' \equiv 2.1-3.1$
$2.1-3.1 \equiv 1.2'-2.2'$	$[[\beta, id1], [\alpha, id2]] \equiv 1.2'-2.2' \equiv 2.1-3.1$
$2.1-3.1 \equiv 1.3'-2.2'$	$[[\beta, id1], [\alpha, \beta^\circ]] \equiv 1.3'-2.2' \equiv 2.1-3.1$
$2.1-3.1 \equiv 1.3'-2.3'$	$[[\beta, id1], [\alpha, id3]] \equiv 1.3'-2.3' \equiv 2.1-3.1$
$2.2-3.1 \equiv 1.1'-2.1'$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\alpha, id1]] \equiv 1.1'-2.1' \equiv 2.2-3.1$
$2.2-3.1 \equiv 1.2'-2.1'$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\alpha, \alpha^\circ]] \equiv 1.2'-2.1' \equiv 2.2-3.1$
$2.2-3.1 \equiv 1.3'-2.1'$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]] \equiv 1.3'-2.1' \equiv 2.2-3.1$
$2.2-3.1 \equiv 1.2'-2.2'$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\alpha, id2]] \equiv 1.2'-2.2' \equiv 2.2-3.1$
$2.2-3.1 \equiv 1.3'-2.2'$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\alpha, \beta^\circ]] \equiv 1.3'-2.2' \equiv 2.2-3.1$
$2.2-3.1 \equiv 1.3'-2.3'$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\alpha, id3]] \equiv 1.3'-2.3' \equiv 2.2-3.1$
$2.3-3.1 \equiv 1.1'-2.1'$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, id1]] \equiv 1.1'-2.1' \equiv 2.3-3.1$
$2.3-3.1 \equiv 1.2'-2.1'$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \alpha^\circ]] \equiv 1.2'-2.1' \equiv 2.3-3.1$
$2.3-3.1 \equiv 1.3'-2.1'$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]] \equiv 1.3'-2.1' \equiv 2.3-3.1$
$2.3-3.1 \equiv 1.2'-2.2'$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, id2]] \equiv 1.2'-2.2' \equiv 2.3-3.1$
$2.3-3.1 \equiv 1.3'-2.2'$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \beta^\circ]] \equiv 1.3'-2.2' \equiv 2.3-3.1$
$2.3-3.1 \equiv 1.3'-2.3'$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, id3]] \equiv 1.3'-2.3' \equiv 2.3-3.1$
$2.2-3.2 \equiv 1.1'-2.1'$	$[[\beta, id2], [\alpha, id1]] \equiv 1.1'-2.1' \equiv 2.2-3.2$
$2.2-3.2 \equiv 1.2'-2.1'$	$[[\beta, id2], [\alpha, \alpha^\circ]] \equiv 1.2'-2.1' \equiv 2.2-3.2$
$2.2-3.2 \equiv 1.3'-2.1'$	$[[\beta, id2], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]] \equiv 1.3'-2.1' \equiv 2.2-3.2$
$2.2-3.2 \equiv 1.2'-2.2'$	$[[\beta, id2], [\alpha, id2]] \equiv 1.2'-2.2' \equiv 2.2-3.2$
$2.2-3.2 \equiv 1.3'-2.2'$	$[[\beta, id2], [\alpha, \beta^\circ]] \equiv 1.3'-2.2' \equiv 2.2-3.2$
$2.2-3.2 \equiv 1.3'-2.3'$	$[[\beta, id2], [\alpha, id3]] \equiv 1.3'-2.3' \equiv 2.2-3.2$
$2.3-3.2 \equiv 1.1'-2.1'$	$[[\beta, \beta^\circ], [\alpha, id1]] \equiv 1.1'-2.1' \equiv 2.3-3.2$
$2.3-3.2 \equiv 1.2'-2.1'$	$[[\beta, \beta^\circ], [\alpha, \alpha^\circ]] \equiv 1.2'-2.1' \equiv 2.3-3.2$
$2.3-3.2 \equiv 1.3'-2.1'$	$[[\beta, \beta^\circ], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]] \equiv 1.3'-2.1' \equiv 2.3-3.2$
$2.3-3.2 \equiv 1.2'-2.2'$	$[[\beta, \beta^\circ], [\alpha, id2]] \equiv 1.2'-2.2' \equiv 2.3-3.2$
$2.3-3.2 \equiv 1.3'-2.2'$	$[[\beta, \beta^\circ], [\alpha, \beta^\circ]] \equiv 1.3'-2.2' \equiv 2.3-3.2$
$2.3-3.2 \equiv 1.3'-2.3'$	$[[\beta, \beta^\circ], [\alpha, id3]] \equiv 1.3'-2.3' \equiv 2.3-3.2$
$2.3-3.3 \equiv 1.1'-2.1'$	$[[\beta, id3], [\alpha, id1]] \equiv 1.1'-2.1' \equiv 2.3-3.3$
$2.3-3.3 \equiv 1.2'-2.1'$	$[[\beta, id3], [\alpha, \alpha^\circ]] \equiv 1.2'-2.1' \equiv 2.3-3.3$
$2.3-3.3 \equiv 1.3'-2.1'$	$[[\beta, id3], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]] \equiv 1.3'-2.1' \equiv 2.3-3.3$
$2.3-3.3 \equiv 1.2'-2.2'$	$[[\beta, id3], [\alpha, id2]] \equiv 1.2'-2.2' \equiv 2.3-3.3$
$2.3-3.3 \equiv 1.3'-2.2'$	$[[\beta, id3], [\alpha, \beta^\circ]] \equiv 1.3'-2.2' \equiv 2.3-3.3$
$2.3-3.3 \equiv 1.3'-2.3'$	$[[\beta, id3], [\alpha, id3]] \equiv 1.3'-2.3' \equiv 2.3-3.3$

2.1-3.1 ≡ 2.2'-3.2'	[[β, id1], [β, id2]]	2.2'-3.2' ≡ 2.1-3.1	[[β, id2], [β, id1]]
2.1-3.1 ≡ 2.3'-3.2'	[[β, id1], [β, β°]]	2.3'-3.2' ≡ 2.1-3.1	[[β, β°], [β, id1]]
2.1-3.1 ≡ 2.3'-3.3'	[[β, id1], [β, id3]]	2.3'-3.3' ≡ 2.1-3.1	[[β, id3], [β, id1]]
2.2-3.1 ≡ 2.1'-3.1'	[[β, α°], [β, id1]]	2.1'-3.1' ≡ 2.2-3.1	[[β, id1], [β, α°]]
2.2-3.1 ≡ 2.2'-3.1'	[[β, α°], [β, α°]]	2.2'-3.1' ≡ 2.2-3.1	[[β, α°], [β, α°]]
2.2-3.1 ≡ 2.3'-3.1'	[[β, α°], [β, α°β°]]	2.3'-3.1' ≡ 2.2-3.1	[[β, α°β°], [β, α°]]
2.2-3.1 ≡ 2.2'-3.2'	[[β, α°], [β, id2]]	2.2'-3.2' ≡ 2.2-3.1	[[β, id2], [β, α°]]
2.2-3.1 ≡ 2.3'-3.2'	[[β, α°], [β, β°]]	2.3'-3.2' ≡ 2.2-3.1	[[β, β°], [β, α°]]
2.2-3.1 ≡ 2.3'-3.3'	[[β, α°], [β, id3]]	2.3'-3.3' ≡ 2.2-3.1	[[β, id3], [β, α°]]
2.3-3.1 ≡ 2.1'-3.1'	[[β, α°β°], [β, id1]]	2.1'-3.1' ≡ 2.3-3.1	[[β, id1], [β, α°β°]]
2.3-3.1 ≡ 2.2'-3.1'	[[β, α°β°], [β, α°]]	2.2'-3.1' ≡ 2.3-3.1	[[β, α°], [β, α°β°]]
2.3-3.1 ≡ 2.3'-3.1'	[[β, α°β°], [β, α°β°]]	2.3'-3.1' ≡ 2.3-3.1	[[β, α°β°], [β, α°β°]]
2.3-3.1 ≡ 2.2'-3.2'	[[β, α°β°], [β, id2]]	2.2'-3.2' ≡ 2.3-3.1	[[β, id2], [β, α°β°]]
2.3-3.1 ≡ 2.3'-3.2'	[[β, α°β°], [β, β°]]	2.3'-3.2' ≡ 2.3-3.1	[[β, β°], [β, α°β°]]
2.3-3.1 ≡ 2.3'-3.3'	[[β, α°β°], [β, id3]]	2.3'-3.3' ≡ 2.3-3.1	[[β, id3], [β, α°β°]]
2.2-3.2 ≡ 2.1'-3.1'	[[β, id2], [β, id1]]	2.1'-3.1' ≡ 2.2-3.2	[[β, id1], [β, id2]]
2.2-3.2 ≡ 2.2'-3.1'	[[β, id2], [β, α°]]	2.2'-3.1' ≡ 2.2-3.2	[[β, α°], [β, id2]]
2.2-3.2 ≡ 2.3'-3.1'	[[β, id2], [β, α°β°]]	2.3'-3.1' ≡ 2.2-3.2	[[β, α°β°], [β, id2]]
2.2-3.2 ≡ 2.2'-3.2'	[[β, id2], [β, id2]]	2.2'-3.2' ≡ 2.2-3.2	[[β, id2], [β, id2]]
2.2-3.2 ≡ 2.3'-3.2'	[[β, id2], [β, β°]]	2.3'-3.2' ≡ 2.2-3.2	[[β, β°], [β, id2]]
2.2-3.2 ≡ 2.3'-3.3'	[[β, id2], [β, id3]]	2.3'-3.3' ≡ 2.2-3.2	[[β, id3], [β, id2]]
2.3-3.2 ≡ 2.1'-3.1'	[[β, β°], [β, id1]]	2.1'-3.1' ≡ 2.3-3.2	[[β, id1], [β, β°]]
2.3-3.2 ≡ 2.2'-3.1'	[[β, β°], [β, α°]]	2.2'-3.1' ≡ 2.3-3.2	[[β, α°], [β, β°]]
2.3-3.2 ≡ 2.3'-3.1'	[[β, β°], [β, α°β°]]	2.3'-3.1' ≡ 2.3-3.2	[[β, α°β°], [β, β°]]
2.3-3.2 ≡ 2.2'-3.2'	[[β, β°], [β, id2]]	2.2'-3.2' ≡ 2.3-3.2	[[β, id2], [β, β°]]
2.3-3.2 ≡ 2.3'-3.2'	[[β, β°], [β, β°]]	2.3'-3.2' ≡ 2.3-3.2	[[β, β°], [β, β°]]
2.3-3.2 ≡ 2.3'-3.3'	[[β, β°], [β, id3]]	2.3'-3.3' ≡ 2.3-3.2	[[β, id3], [β, β°]]
2.3-3.3 ≡ 2.1'-3.1'	[[β, id3], [β, id1]]	2.1'-3.1' ≡ 2.3-3.3	[[β, id1], [β, id3]]
2.3-3.3 ≡ 2.2'-3.1'	[[β, id3], [β, α°]]	2.2'-3.1' ≡ 2.3-3.3	[[β, α°], [β, id3]]
2.3-3.3 ≡ 2.3'-3.1'	[[β, id3], [β, α°β°]]	2.3'-3.1' ≡ 2.3-3.3	[[β, α°β°], [β, id3]]
2.3-3.3 ≡ 2.2'-3.2'	[[β, id3], [β, id2]]	2.2'-3.2' ≡ 2.3-3.3	[[β, id2], [β, id3]]
2.3-3.3 ≡ 2.3'-3.2'	[[β, id3], [β, β°]]	2.3'-3.2' ≡ 2.3-3.3	[[β, β°], [β, id3]]
2.3-3.3 ≡ 2.3'-3.3'	[[β, id3], [β, id3]]	2.3'-3.3' ≡ 2.3-3.3	[[β, id3], [β, id3]]

O/I ≡ M'/I'

2.1-3.1 ≡ 1.1'-3.1'	[[β, id1], [βα, id1]]	1.1'-3.1' ≡ 2.1-3.1	[[βα, id1], [β, id1]]
2.1-3.1 ≡ 1.2'-3.1'	[[β, id1], [βα, α°]]	1.2'-3.1' ≡ 2.1-3.1	[[βα, α°], [β, id1]]
2.1-3.1 ≡ 1.3'-3.1'	[[β, id1], [βα, α°β°]]	1.3'-3.1' ≡ 2.1-3.1	[[βα, α°β°], [β, id1]]
2.1-3.1 ≡ 1.2'-3.2'	[[β, id1], [βα, id2]]	1.2'-3.2' ≡ 2.1-3.1	[[βα, id2], [β, id1]]
2.1-3.1 ≡ 1.3'-3.2'	[[β, id1], [βα, β°]]	1.3'-3.2' ≡ 2.1-3.1	[[βα, β°], [β, id1]]
2.1-3.1 ≡ 1.3'-3.3'	[[β, id1], [βα, id3]]	1.3'-3.3' ≡ 2.1-3.1	[[βα, id3], [β, id1]]
2.2-3.1 ≡ 1.1'-3.1'	[[β, α°], [βα, id1]]	1.1'-3.1' ≡ 2.2-3.1	[[βα, id1], [β, α°]]

2.2-3.1 ≡ 1.2'-3.1'	[[β, α°], [βα, α°]]	1.2'-3.1' ≡ 2.2-3.1	[[βα, α°], [β, α°]]
2.2-3.1 ≡ 1.3'-3.1'	[[β, α°], [βα, α°β°]]	1.3'-3.1' ≡ 2.2-3.1	[[βα, α°β°], [β, α°]]
2.2-3.1 ≡ 1.2'-3.2'	[[β, α°], [βα, id2]]	1.2'-3.2' ≡ 2.2-3.1	[[βα, id2], [β, α°]]
2.2-3.1 ≡ 1.3'-3.2'	[[β, α°], [βα, β°]]	1.3'-3.2' ≡ 2.2-3.1	[[βα, β°], [β, α°]]
2.2-3.1 ≡ 1.3'-3.3'	[[β, α°], [βα, id3]]	1.3'-3.3' ≡ 2.2-3.1	[[βα, id3], [β, α°]]
2.3-3.1 ≡ 1.1'-3.1'	[[β, α°β°], [βα, id1]]	1.1'-3.1' ≡ 2.3-3.1	[[βα, id1], [β, α°β°]]
2.3-3.1 ≡ 1.2'-3.1'	[[β, α°β°], [βα, α°]]	1.2'-3.1' ≡ 2.3-3.1	[[βα, α°], [β, α°β°]]
2.3-3.1 ≡ 1.3'-3.1'	[[β, α°β°], [βα, α°β°]]	1.3'-3.1' ≡ 2.3-3.1	[[βα, α°β°], [β, α°β°]]
2.3-3.1 ≡ 1.2'-3.2'	[[β, α°β°], [βα, id2]]	1.2'-3.2' ≡ 2.3-3.1	[[βα, id2], [β, α°β°]]
2.3-3.1 ≡ 1.3'-3.2'	[[β, α°β°], [βα, β°]]	1.3'-3.2' ≡ 2.3-3.1	[[βα, β°], [β, α°β°]]
2.3-3.1 ≡ 1.3'-3.3'	[[β, α°β°], [βα, id3]]	1.3'-3.3' ≡ 2.3-3.1	[[βα, id3], [β, α°β°]]
2.2-3.2 ≡ 1.1'-3.1'	[[β, id2], [βα, id1]]	1.1'-3.1' ≡ 2.2-3.2	[[βα, id1], [β, id2]]
2.2-3.2 ≡ 1.2'-3.1'	[[β, id2], [βα, α°]]	1.2'-3.1' ≡ 2.2-3.2	[[βα, α°], [β, id2]]
2.2-3.2 ≡ 1.3'-3.1'	[[β, id2], [βα, α°β°]]	1.3'-3.1' ≡ 2.2-3.2	[[βα, α°β°], [β, id2]]
2.2-3.2 ≡ 1.2'-3.2'	[[β, id2], [βα, id2]]	1.2'-3.2' ≡ 2.2-3.2	[[βα, id2], [β, id2]]
2.2-3.2 ≡ 1.3'-3.2'	[[β, id2], [βα, β°]]	1.3'-3.2' ≡ 2.2-3.2	[[βα, β°], [β, id2]]
2.2-3.2 ≡ 1.3'-3.3'	[[β, id2], [βα, id3]]	1.3'-3.3' ≡ 2.2-3.2	[[βα, id3], [β, id2]]
2.3-3.2 ≡ 1.1'-3.1'	[[β, β°], [βα, id1]]	1.1'-3.1' ≡ 2.3-3.2	[[βα, id1], [β, β°]]
2.3-3.2 ≡ 1.2'-3.1'	[[β, β°], [βα, α°]]	1.2'-3.1' ≡ 2.3-3.2	[[βα, α°], [β, β°]]
2.3-3.2 ≡ 1.3'-3.1'	[[β, β°], [βα, α°β°]]	1.3'-3.1' ≡ 2.3-3.2	[[βα, α°β°], [β, β°]]
2.3-3.2 ≡ 1.2'-3.2'	[[β, β°], [βα, id2]]	1.2'-3.2' ≡ 2.3-3.2	[[βα, id2], [β, β°]]
2.3-3.2 ≡ 1.3'-3.2'	[[β, β°], [βα, β°]]	1.3'-3.2' ≡ 2.3-3.2	[[βα, β°], [β, β°]]
2.3-3.2 ≡ 1.3'-3.3'	[[β, β°], [βα, id3]]	1.3'-3.3' ≡ 2.3-3.2	[[βα, id3], [β, β°]]
2.3-3.3 ≡ 1.1'-3.1'	[[β, id3], [βα, id1]]	1.1'-3.1' ≡ 2.3-3.3	[[βα, id1], [β, id3]]
2.3-3.3 ≡ 1.2'-3.1'	[[β, id3], [βα, α°]]	1.2'-3.1' ≡ 2.3-3.3	[[βα, α°], [β, id3]]
2.3-3.3 ≡ 1.3'-3.1'	[[β, id3], [βα, α°β°]]	1.3'-3.1' ≡ 2.3-3.3	[[βα, α°β°], [β, id3]]
2.3-3.3 ≡ 1.2'-3.2'	[[β, id3], [βα, id2]]	1.2'-3.2' ≡ 2.3-3.3	[[βα, id2], [β, id3]]
2.3-3.3 ≡ 1.3'-3.2'	[[β, id3], [βα, β°]]	1.3'-3.2' ≡ 2.3-3.3	[[βα, β°], [β, id3]]
2.3-3.3 ≡ 1.3'-3.3'	[[β, id3], [βα, id3]]	1.3'-3.3' ≡ 2.3-3.3	[[βα, id3], [β, id3]]

$M/I \equiv M'/O'$		$M'/O' \equiv M/I$
$1.1\text{-}3.1 \equiv 1.1'\text{-}2.1'$	$[[\beta\alpha, \text{id1}], [\alpha, \text{id1}]]$	$1.1'\text{-}2.1' \equiv 1.1\text{-}3.1$
$1.1\text{-}3.1 \equiv 1.2'\text{-}2.1'$	$[[\beta\alpha, \text{id1}], [\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'\text{-}2.1' \equiv 1.1\text{-}3.1$
$1.1\text{-}3.1 \equiv 1.3'\text{-}2.1'$	$[[\beta\alpha, \text{id1}], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'\text{-}2.1' \equiv 1.1\text{-}3.1$
$1.1\text{-}3.1 \equiv 1.2'\text{-}2.2'$	$[[\beta\alpha, \text{id1}], [\alpha, \text{id2}]]$	$1.2'\text{-}2.2' \equiv 1.1\text{-}3.1$
$1.1\text{-}3.1 \equiv 1.3'\text{-}2.2'$	$[[\beta\alpha, \text{id1}], [\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'\text{-}2.2' \equiv 1.1\text{-}3.1$
$1.1\text{-}3.1 \equiv 1.3'\text{-}2.3'$	$[[\beta\alpha, \text{id1}], [\alpha, \text{id3}]]$	$1.3'\text{-}2.3' \equiv 1.1\text{-}3.1$
$1.2\text{-}3.1 \equiv 1.1'\text{-}2.1'$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\alpha, \text{id1}]]$	$1.1'\text{-}2.1' \equiv 1.2\text{-}3.1$
$1.2\text{-}3.1 \equiv 1.2'\text{-}2.1'$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'\text{-}2.1' \equiv 1.2\text{-}3.1$
$1.2\text{-}3.1 \equiv 1.3'\text{-}2.1'$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'\text{-}2.1' \equiv 1.2\text{-}3.1$
$1.2\text{-}3.1 \equiv 1.2'\text{-}2.2'$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\alpha, \text{id2}]]$	$1.2'\text{-}2.2' \equiv 1.2\text{-}3.1$
$1.2\text{-}3.1 \equiv 1.3'\text{-}2.2'$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'\text{-}2.2' \equiv 1.2\text{-}3.1$

1.2-3.1 ≡ 1.3'-2.3'	[[βα, α°], [α, id3]]	1.3'-2.3' ≡ 1.2-3.1	[[α, id3], [βα, α°]]
1.3-3.1 ≡ 1.1'-2.1'	[[βα, α°β°], [α, id1]]	1.1'-2.1' ≡ 1.3-3.1	[[α, id1], [βα, α°β°]]
1.3-3.1 ≡ 1.2'-2.1'	[[βα, α°β°], [α, α°]]	1.2'-2.1' ≡ 1.3-3.1	[[α, α°], [βα, α°β°]]
1.3-3.1 ≡ 1.3'-2.1'	[[βα, α°β°], [α, α°β°]]	1.3'-2.1' ≡ 1.3-3.1	[[α, α°β°], [βα, α°β°]]
1.3-3.1 ≡ 1.2'-2.2'	[[βα, α°β°], [α, id2]]	1.2'-2.2' ≡ 1.3-3.1	[[α, id2], [βα, α°β°]]
1.3-3.1 ≡ 1.3'-2.2'	[[βα, α°β°], [α, β°]]	1.3'-2.2' ≡ 1.3-3.1	[[α, β°], [βα, α°β°]]
1.3-3.1 ≡ 1.3'-2.3'	[[βα, α°β°], [α, id3]]	1.3'-2.3' ≡ 1.3-3.1	[[α, id3], [βα, α°β°]]
1.2-3.2 ≡ 1.1'-2.1'	[[βα, id2], [α, id1]]	1.1'-2.1' ≡ 1.2-3.2	[[α, id1], [βα, id2]]
1.2-3.2 ≡ 1.2'-2.1'	[[βα, id2], [α, α°]]	1.2'-2.1' ≡ 1.2-3.2	[[α, α°], [βα, id2]]
1.2-3.2 ≡ 1.3'-2.1'	[[βα, id2], [α, α°β°]]	1.3'-2.1' ≡ 1.2-3.2	[[α, α°β°], [βα, id2]]
1.2-3.2 ≡ 1.2'-2.2'	[[βα, id2], [α, id2]]	1.2'-2.2' ≡ 1.2-3.2	[[α, id2], [βα, id2]]
1.2-3.2 ≡ 1.3'-2.2'	[[βα, id2], [α, β°]]	1.3'-2.2' ≡ 1.2-3.2	[[α, β°], [βα, id2]]
1.2-3.2 ≡ 1.3'-2.3'	[[βα, id2], [α, id3]]	1.3'-2.3' ≡ 1.2-3.2	[[α, id3], [βα, id2]]
1.3-3.2 ≡ 1.1'-2.1'	[[βα, β°], [α, id1]]	1.1'-2.1' ≡ 1.3-3.2	[[α, id1], [βα, β°]]
1.3-3.2 ≡ 1.2'-2.1'	[[βα, β°], [α, α°]]	1.2'-2.1' ≡ 1.3-3.2	[[α, α°], [βα, β°]]
1.3-3.2 ≡ 1.3'-2.1'	[[βα, β°], [α, α°β°]]	1.3'-2.1' ≡ 1.3-3.2	[[α, α°β°], [βα, β°]]
1.3-3.2 ≡ 1.2'-2.2'	[[βα, β°], [α, id2]]	1.2'-2.2' ≡ 1.3-3.2	[[α, id2], [βα, β°]]
1.3-3.2 ≡ 1.3'-2.2'	[[βα, β°], [α, β°]]	1.3'-2.2' ≡ 1.3-3.2	[[α, β°], [βα, β°]]
1.3-3.2 ≡ 1.3'-2.3'	[[βα, β°], [α, id3]]	1.3'-2.3' ≡ 1.3-3.2	[[α, id3], [βα, β°]]
1.3-3.3 ≡ 1.1'-2.1'	[[βα, id3], [α, id1]]	1.1'-2.1' ≡ 1.3-3.3	[[α, id1], [βα, id3]]
1.3-3.3 ≡ 1.2'-2.1'	[[βα, id3], [α, α°]]	1.2'-2.1' ≡ 1.3-3.3	[[α, α°], [βα, id3]]
1.3-3.3 ≡ 1.3'-2.1'	[[βα, id3], [α, α°β°]]	1.3'-2.1' ≡ 1.3-3.3	[[α, α°β°], [βα, id3]]
1.3-3.3 ≡ 1.2'-2.2'	[[βα, id3], [α, id2]]	1.2'-2.2' ≡ 1.3-3.3	[[α, id2], [βα, id3]]
1.3-3.3 ≡ 1.3'-2.2'	[[βα, id3], [α, β°]]	1.3'-2.2' ≡ 1.3-3.3	[[α, β°], [βα, id3]]
1.3-3.3 ≡ 1.3'-2.3'	[[βα, id3], [α, id3]]	1.3'-2.3' ≡ 1.3-3.3	[[α, id3], [βα, id3]]

$M/I \equiv O'/I'$	$O'/I' \equiv M/I$
$1.1-3.1 \equiv 2.1'-3.1'$	$[[\beta\alpha, \text{id1}], [\beta, \text{id1}]] \quad 2.1'-3.1' \equiv 1.1-3.1$
$1.1-3.1 \equiv 2.2'-3.1'$	$[[\beta\alpha, \text{id1}], [\beta, \alpha^\circ]] \quad 2.2'-3.1' \equiv 1.1-3.1$
$1.1-3.1 \equiv 2.3'-3.1'$	$[[\beta\alpha, \text{id1}], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]] \quad 2.3'-3.1' \equiv 1.1-3.1$
$1.1-3.1 \equiv 2.2'-3.2'$	$[[\beta\alpha, \text{id1}], [\beta, \text{id2}]] \quad 2.2'-3.2' \equiv 1.1-3.1$
$1.1-3.1 \equiv 2.3'-3.2'$	$[[\beta\alpha, \text{id1}], [\beta, \beta^\circ]] \quad 2.3'-3.2' \equiv 1.1-3.1$
$1.1-3.1 \equiv 2.3'-3.3'$	$[[\beta\alpha, \text{id1}], [\beta, \text{id3}]] \quad 2.3'-3.3' \equiv 1.1-3.1$
$1.2-3.1 \equiv 2.1'-3.1'$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta, \text{id1}]] \quad 2.1'-3.1' \equiv 1.2-3.1$
$1.2-3.1 \equiv 2.2'-3.1'$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta, \alpha^\circ]] \quad 2.2'-3.1' \equiv 1.2-3.1$
$1.2-3.1 \equiv 2.3'-3.1'$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]] \quad 2.3'-3.1' \equiv 1.2-3.1$
$1.2-3.1 \equiv 2.2'-3.2'$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta, \text{id2}]] \quad 2.2'-3.2' \equiv 1.2-3.1$
$1.2-3.1 \equiv 2.3'-3.2'$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta, \beta^\circ]] \quad 2.3'-3.2' \equiv 1.2-3.1$
$1.2-3.1 \equiv 2.3'-3.3'$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta, \text{id3}]] \quad 2.3'-3.3' \equiv 1.2-3.1$
$1.3-3.1 \equiv 2.1'-3.1'$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \text{id1}]] \quad 2.1'-3.1' \equiv 1.3-3.1$
$1.3-3.1 \equiv 2.2'-3.1'$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \alpha^\circ]] \quad 2.2'-3.1' \equiv 1.3-3.1$
$1.3-3.1 \equiv 2.3'-3.1'$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]] \quad 2.3'-3.1' \equiv 1.3-3.1$

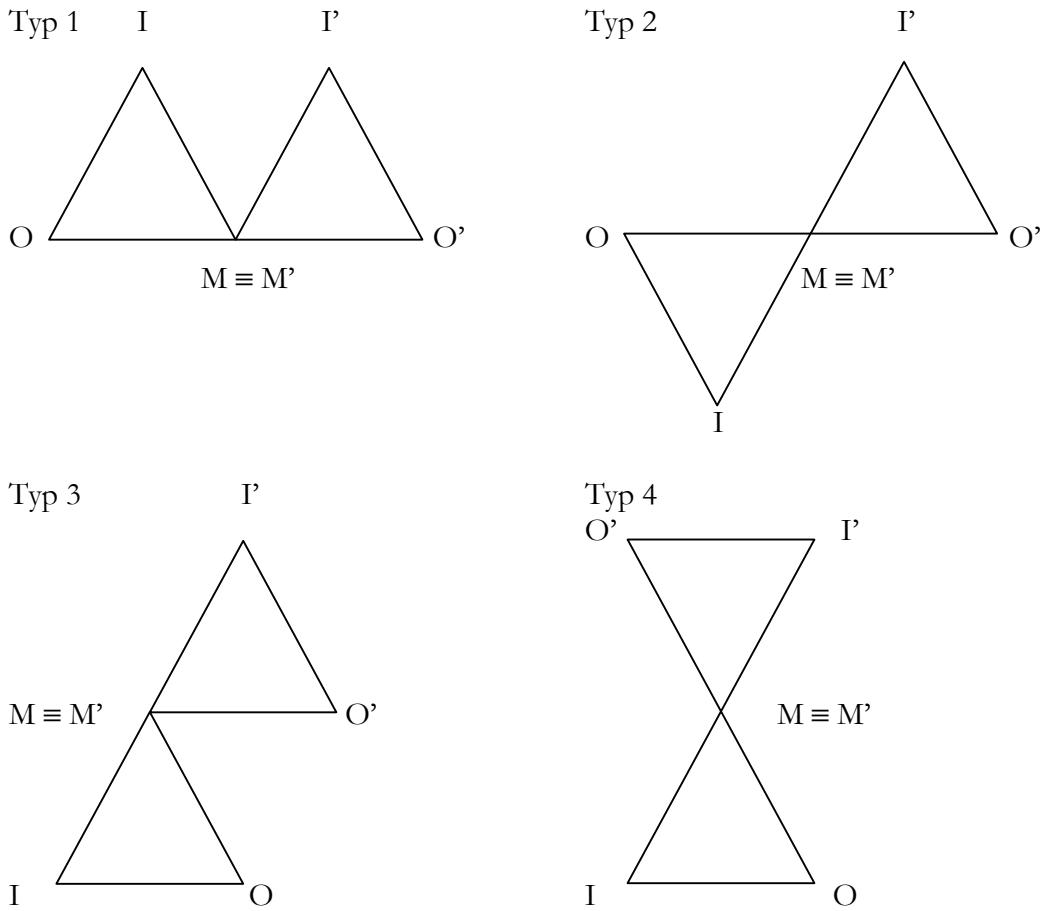
$1.2-3.2 \equiv 1.2'-3.1'$	$[[\beta\alpha, \text{id}2], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-3.1' \equiv 1.2-3.2$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \text{id}2]]$
$1.2-3.2 \equiv 1.3'-3.1'$	$[[\beta\alpha, \text{id}2], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-3.1' \equiv 1.2-3.2$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}2]]$
$1.2-3.2 \equiv 1.2'-3.2'$	$[[\beta\alpha, \text{id}2], [\beta\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-3.2' \equiv 1.2-3.2$	$[[\beta\alpha, \text{id}2], [\beta\alpha, \text{id}2]]$
$1.2-3.2 \equiv 1.3'-3.2'$	$[[\beta\alpha, \text{id}2], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-3.2' \equiv 1.2-3.2$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}2]]$
$1.2-3.2 \equiv 1.3'-3.3'$	$[[\beta\alpha, \text{id}2], [\beta\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-3.3' \equiv 1.2-3.2$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\beta\alpha, \text{id}2]]$
$1.3-3.2 \equiv 1.1'-3.1'$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-3.1' \equiv 1.3-3.2$	$[[\beta\alpha, \text{id}1], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$
$1.3-3.2 \equiv 1.2'-3.1'$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-3.1' \equiv 1.3-3.2$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$
$1.3-3.2 \equiv 1.3'-3.1'$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-3.1' \equiv 1.3-3.2$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$
$1.3-3.2 \equiv 1.2'-3.2'$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-3.2' \equiv 1.3-3.2$	$[[\beta\alpha, \text{id}2], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$
$1.3-3.2 \equiv 1.3'-3.2'$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-3.2' \equiv 1.3-3.2$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$
$1.3-3.2 \equiv 1.3'-3.3'$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-3.3' \equiv 1.3-3.2$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$
$1.3-3.3 \equiv 1.1'-3.1'$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\beta\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-3.1' \equiv 1.3-3.3$	$[[\beta\alpha, \text{id}1], [\beta\alpha, \text{id}3]]$
$1.3-3.3 \equiv 1.2'-3.1'$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-3.1' \equiv 1.3-3.3$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \text{id}3]]$
$1.3-3.3 \equiv 1.3'-3.1'$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-3.1' \equiv 1.3-3.3$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}3]]$
$1.3-3.3 \equiv 1.2'-3.2'$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\beta\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-3.2' \equiv 1.3-3.3$	$[[\beta\alpha, \text{id}2], [\beta\alpha, \text{id}3]]$
$1.3-3.3 \equiv 1.3'-3.2'$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-3.2' \equiv 1.3-3.3$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}3]]$
$1.3-3.3 \equiv 1.3'-3.3'$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\beta\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-3.3' \equiv 1.3-3.3$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\beta\alpha, \text{id}3]]$

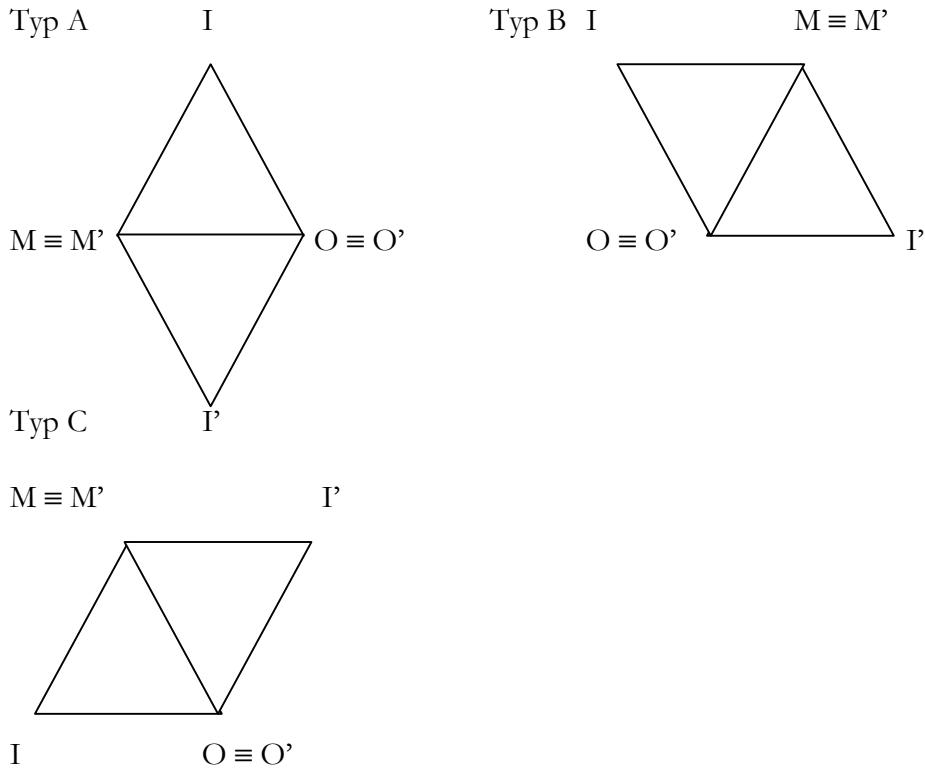
5. Zeichenanordnungen

Im folgenden werden Kombinationen der in Kap. 3 gegebenen Zeichenzusammenhänge gegeben, und zwar zunächst monadische untereinander (Kap. 5.2), dann dyadische untereinander (Kap. 5.3) und schliesslich monadische kombiniert mit dyadischen (Kap. 5.4).

5.1. Grundtypen von Zeichenzusammenhängen

Nach Kap. 3 können wir zwischen folgenden Grundtypen von monadischen und dyadischen Zeichenzusammenhängen unterscheiden:

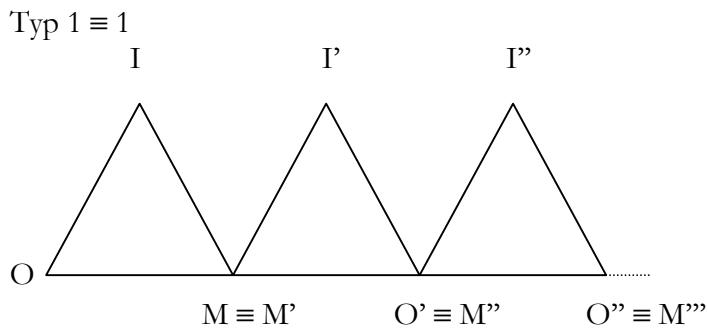




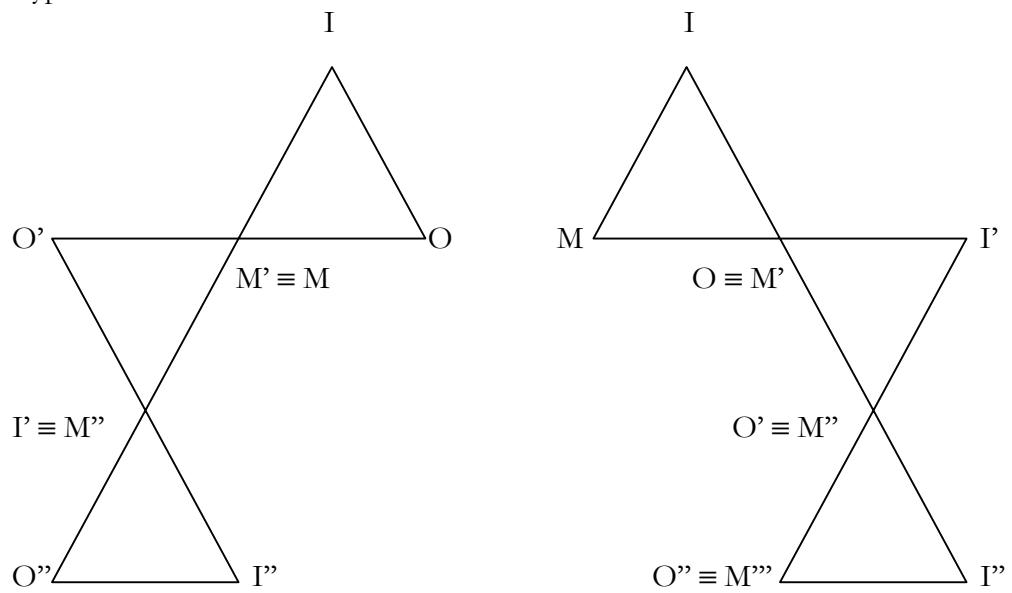
5.2. Anordnungen monadischer Zeichenzusammenhänge

Die folgenden 10 Typen von monadischen Anordnungen sind möglich:

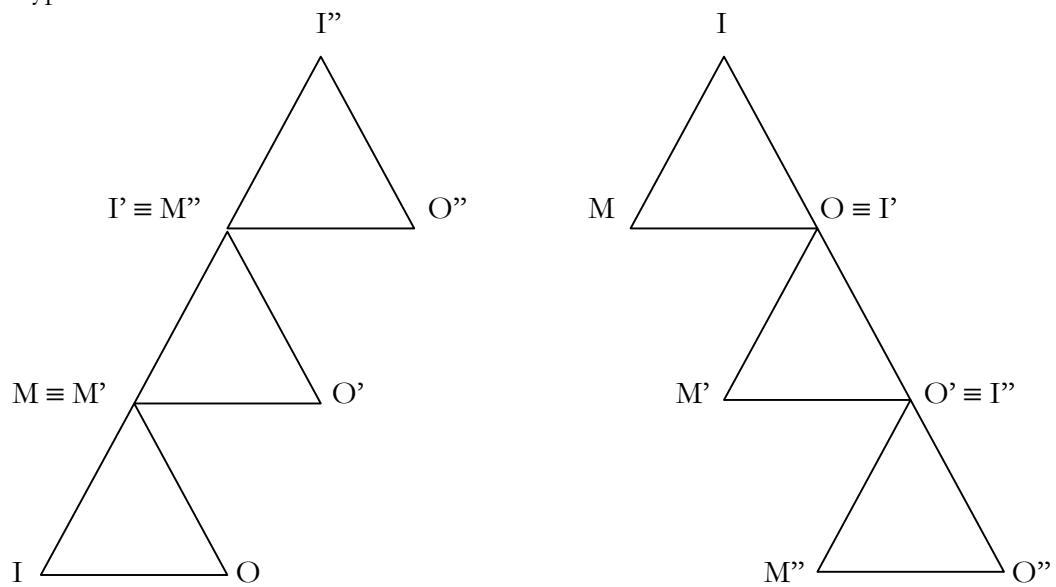
$$\begin{array}{l}
 1 \equiv 1 \quad 1 \equiv 2 \quad 2 \equiv 3 \quad 3 \equiv 4 \\
 2 \equiv 2 \quad 1 \equiv 3 \quad 2 \equiv 4 \\
 3 \equiv 3 \quad 1 \equiv 4 \\
 4 \equiv 4
 \end{array}$$



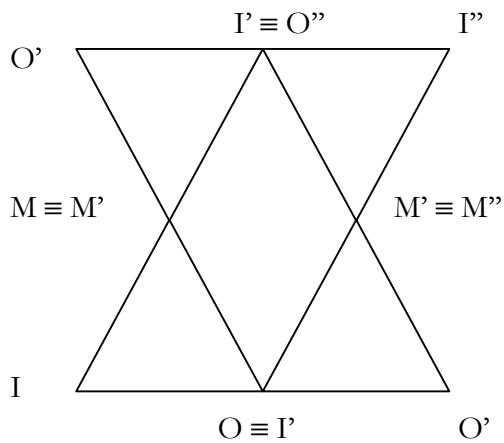
Typ 2 \equiv 2



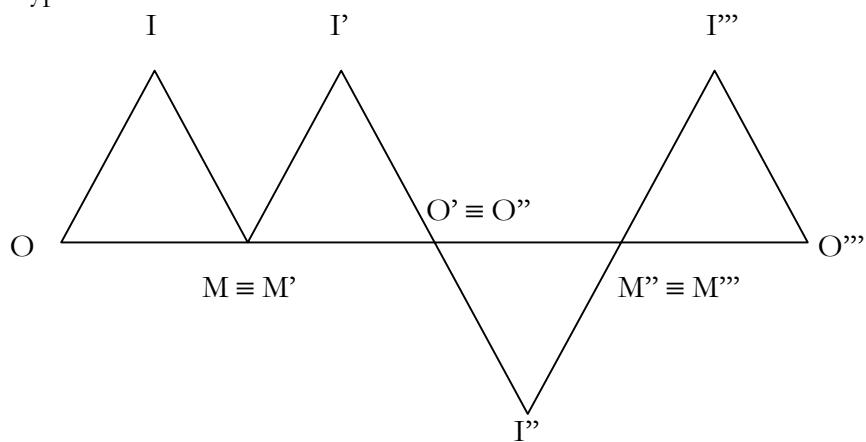
Typ 3 \equiv 3



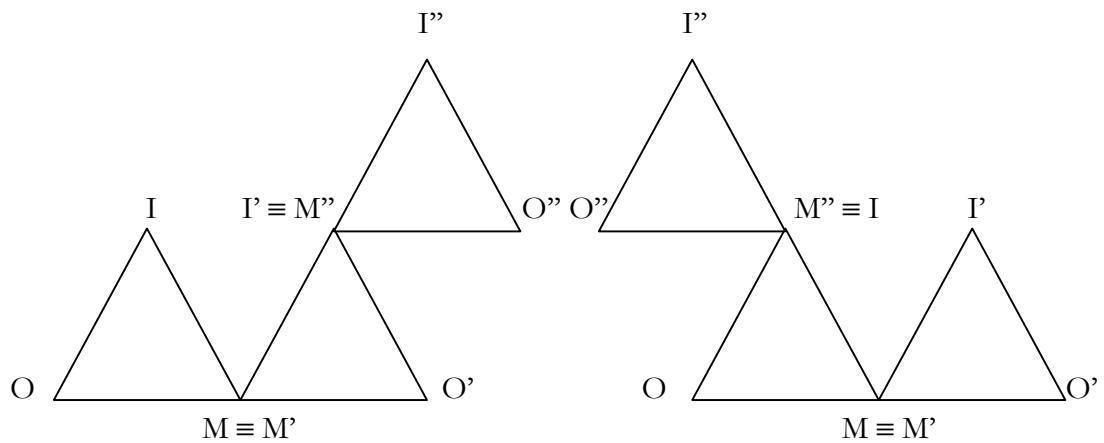
Typ $4 \equiv 4$



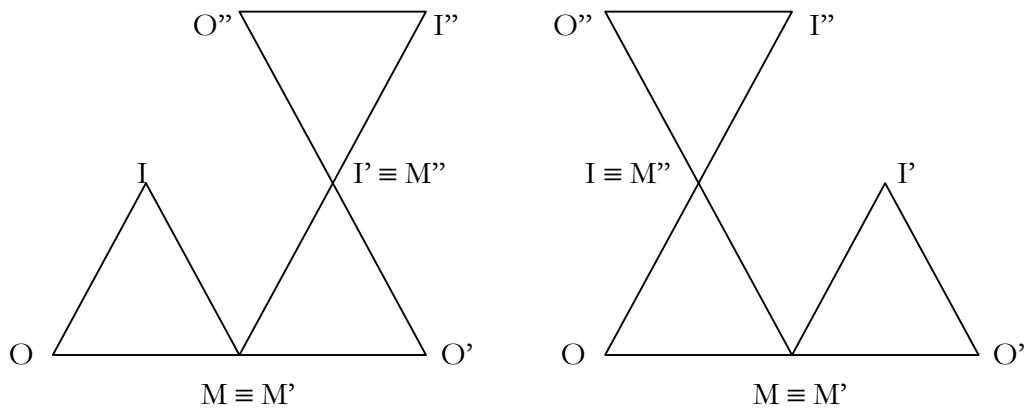
Typ $1 \equiv 2$



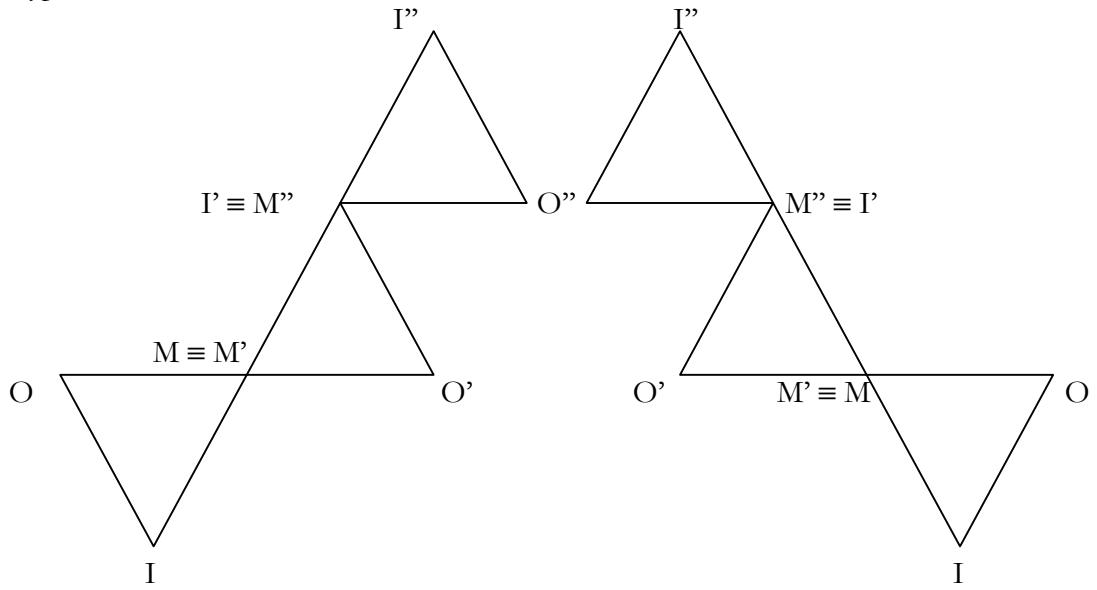
Typ $1 \equiv 3$



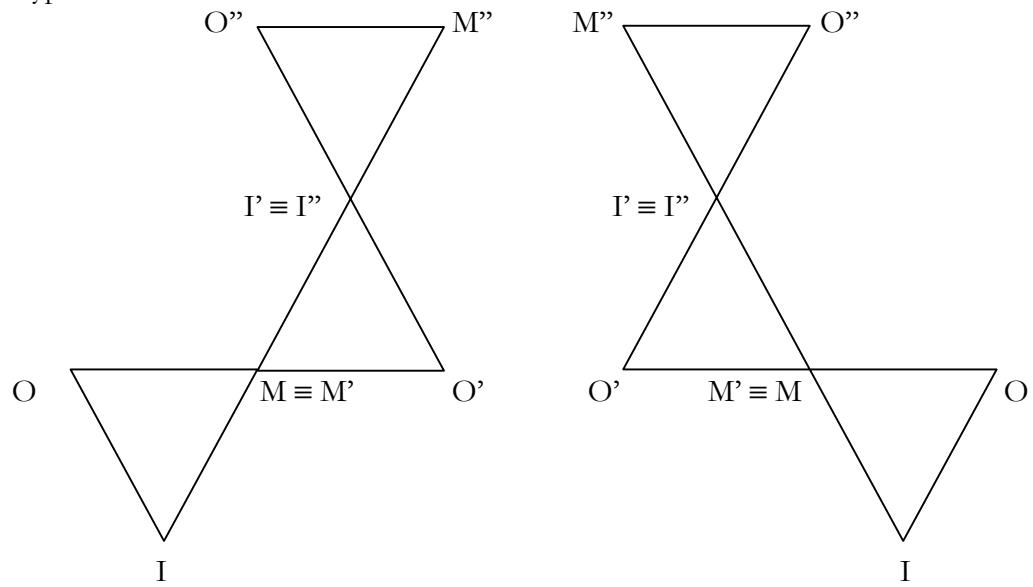
Typ 1 \equiv 4



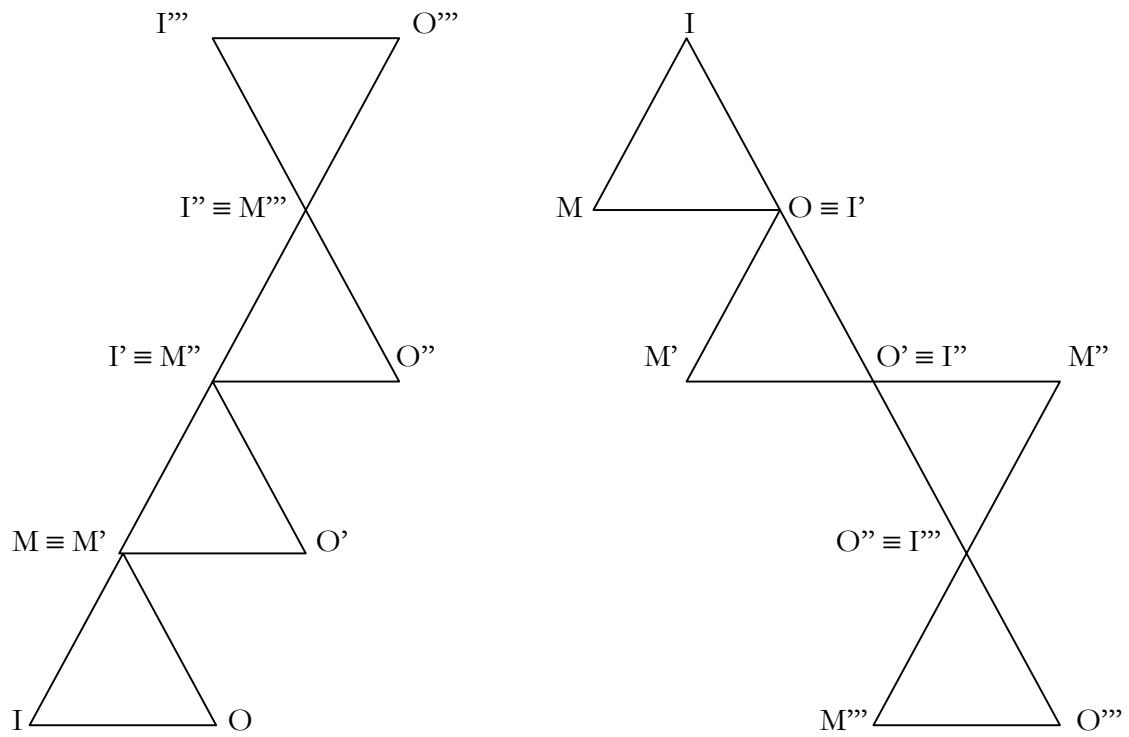
Typ 2 \equiv 3



Typ 2 \equiv 4



Typ 3 \equiv 4

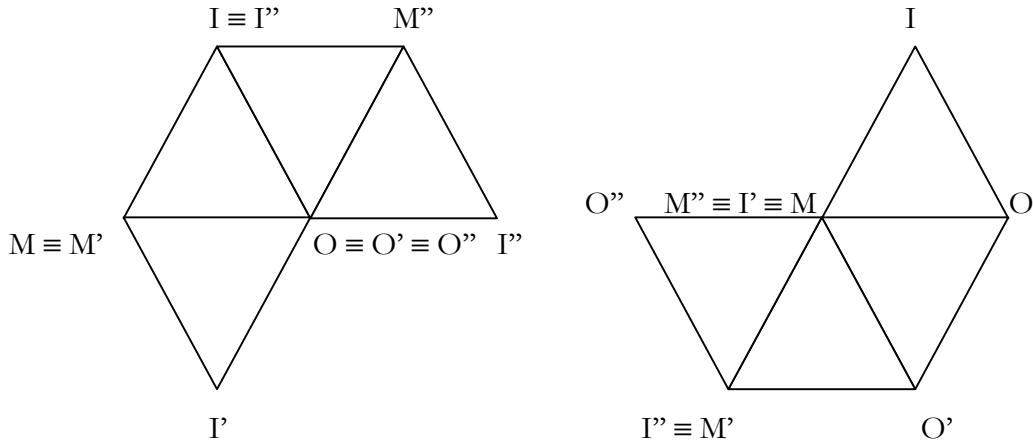


5.3. Anordnungen dyadischer Zeichenzusammenhänge

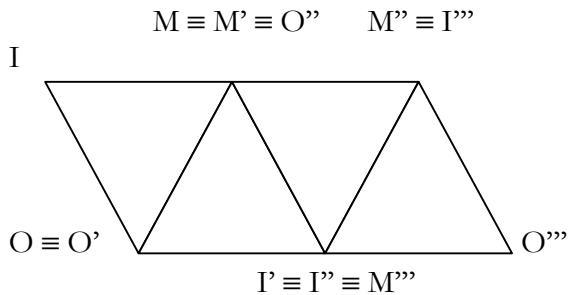
Die folgenden 6 Typen von dyadischen Anordnungen sind möglich:

$$\begin{array}{lll} A \equiv A & A \equiv B & B \equiv C \\ B \equiv B & A \equiv C & \\ C \equiv C & & \end{array}$$

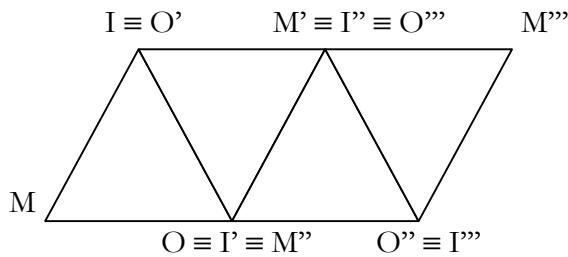
Typ $A \equiv A = A \equiv B$



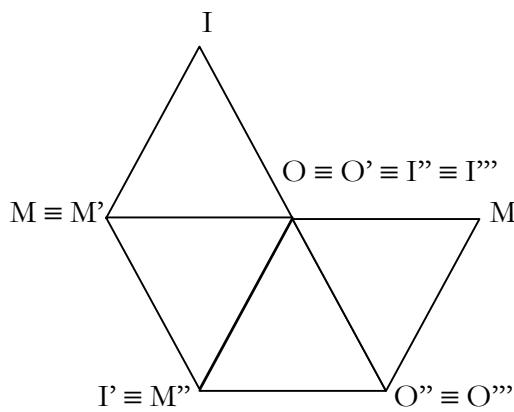
Typ $B \equiv B$



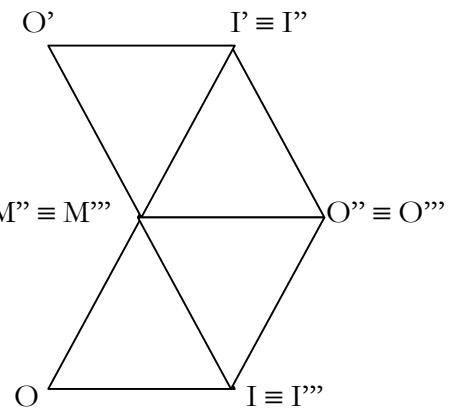
Typ $C \equiv C$



Typ A ≡ C



Typ B ≡ C



5.4. Kombinationen monadischer und dyadischer Zeichenzusammenhänge

Die folgenden 28 Typen von Kombinationen sind möglich:

$$1 \equiv A \quad 1 \equiv B \quad 1 \equiv C$$

$$2 \equiv A \quad 2 \equiv B \quad 2 \equiv C$$

$$3 \equiv A \quad 3 \equiv B \quad 3 \equiv C$$

$$4 \equiv A \quad 4 \equiv B \quad 4 \equiv C$$

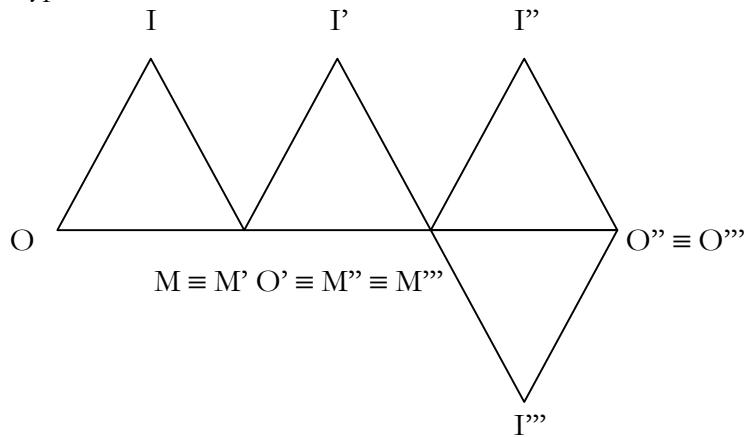
$$1 \equiv A \equiv B \quad 1 \equiv B \equiv C \quad 1 \equiv A \equiv C \quad 1 \equiv A \equiv B \equiv C$$

$$2 \equiv A \equiv B \quad 2 \equiv B \equiv C \quad 2 \equiv A \equiv C \quad 2 \equiv A \equiv B \equiv C$$

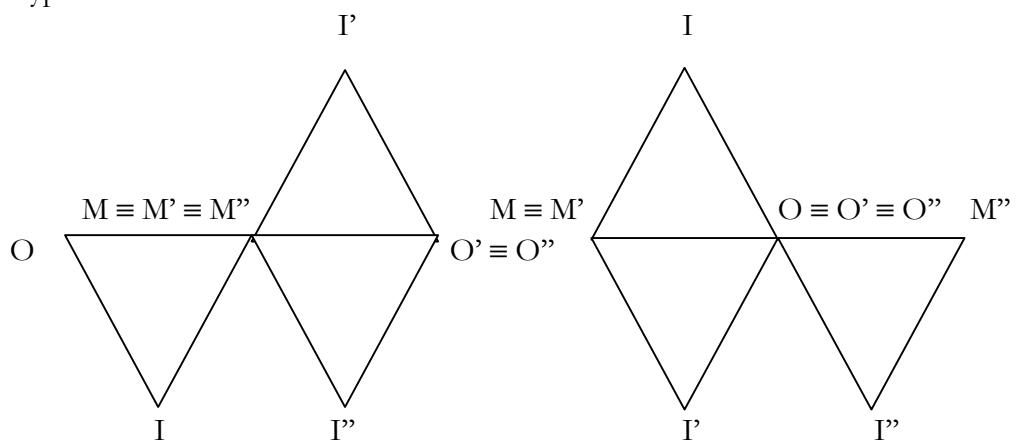
$$3 \equiv A \equiv B \quad 3 \equiv B \equiv C \quad 3 \equiv A \equiv C \quad 3 \equiv A \equiv B \equiv C$$

$$4 \equiv A \equiv B \quad 4 \equiv B \equiv C \quad 4 \equiv A \equiv C \quad 4 \equiv A \equiv B \equiv C$$

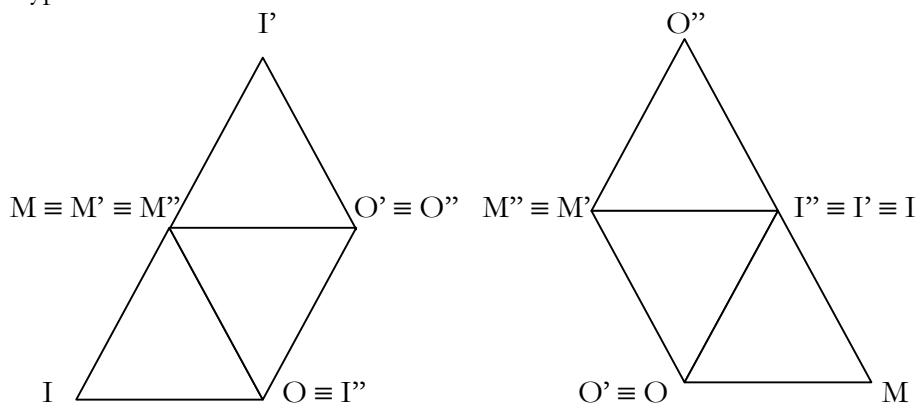
Typ 1 ≡ A



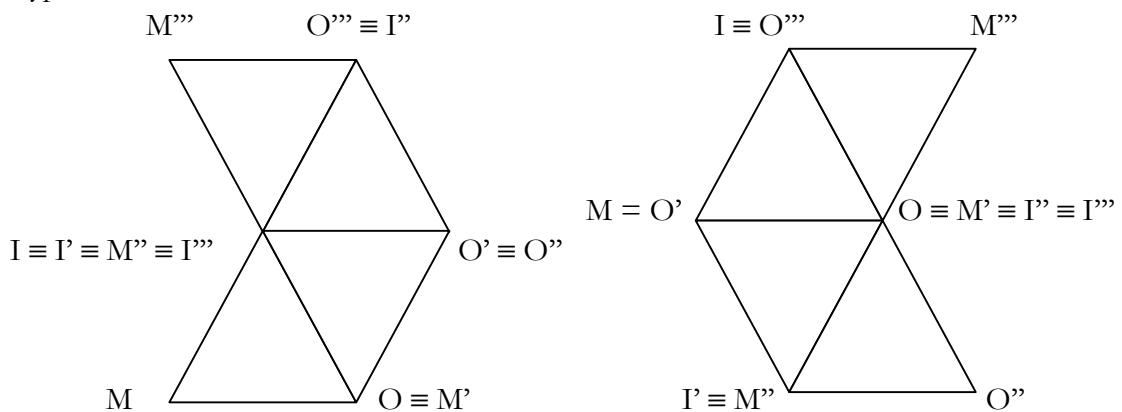
Typ 2 ≡ A



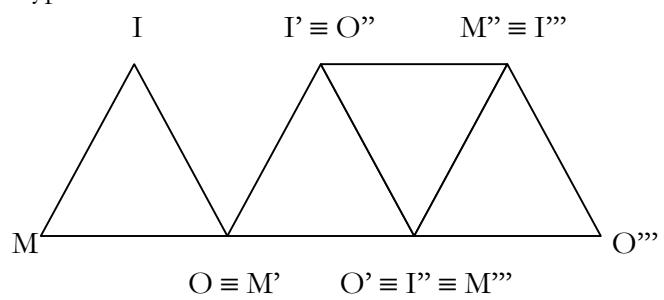
Typ 3 ≡ A



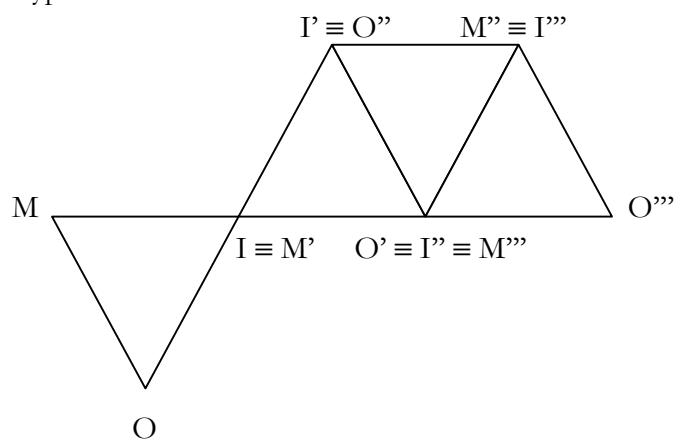
Typ 4 ≡ A



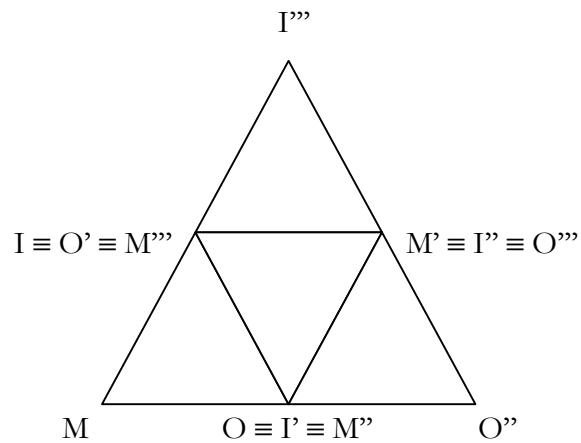
Typ 1 \equiv B



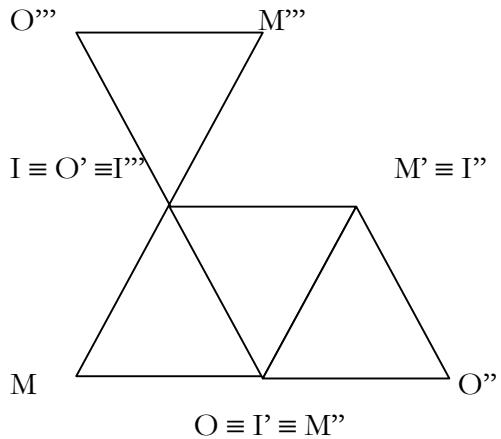
Typ 2 \equiv B



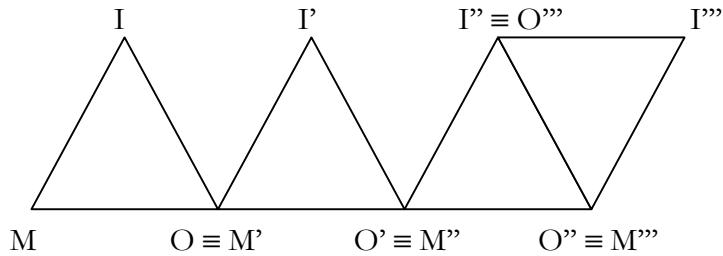
Typ 3 \equiv B



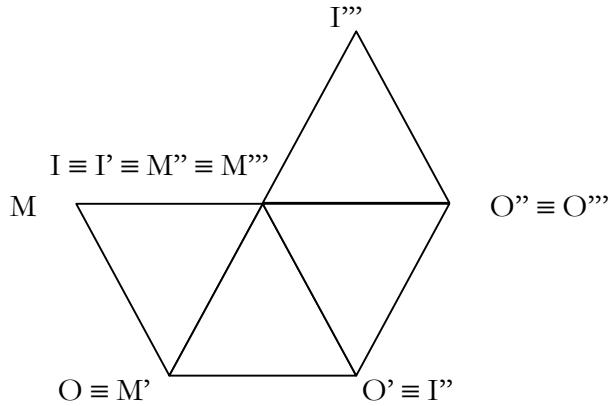
Typ 4 ≡ B



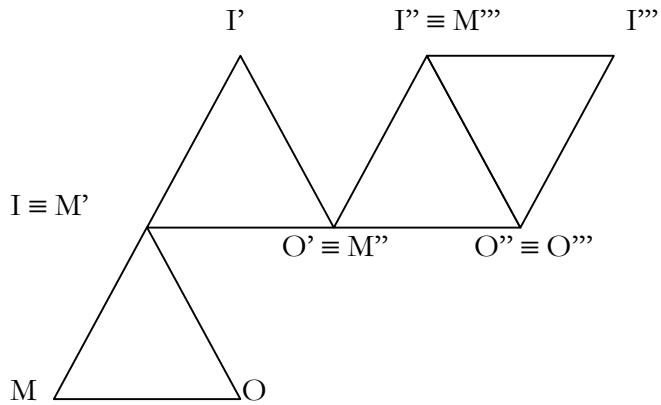
Typ 1 ≡ C



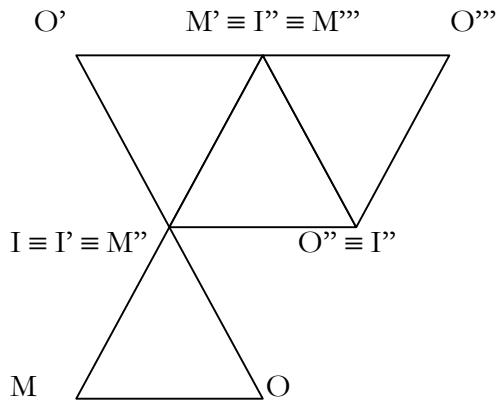
Typ 2 ≡ C



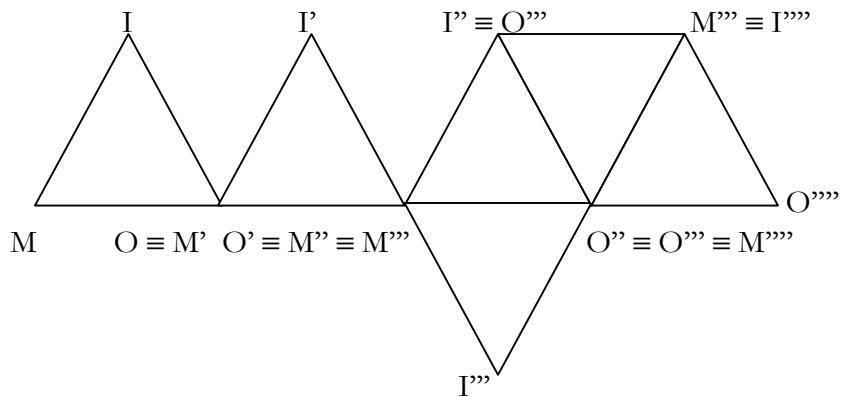
Typ 3 \equiv C



Typ 4 \equiv C

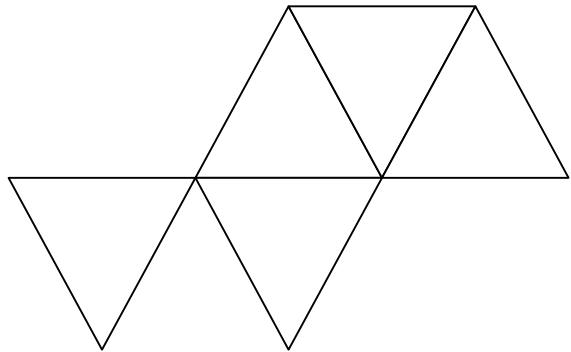


Typ 1 \equiv A \equiv B

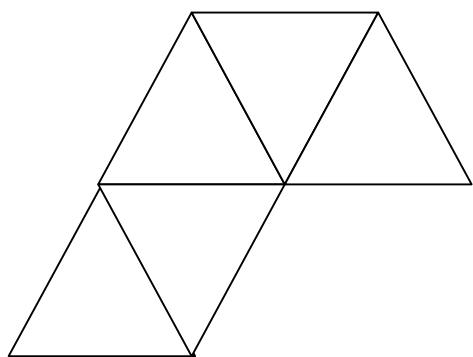


Ab hier werden aus Gründen der Übersichtlichkeit die Kategorien nicht mehr angegeben; sie können nach den vorstehenden Beispielen jedoch leicht ergänzt werden.

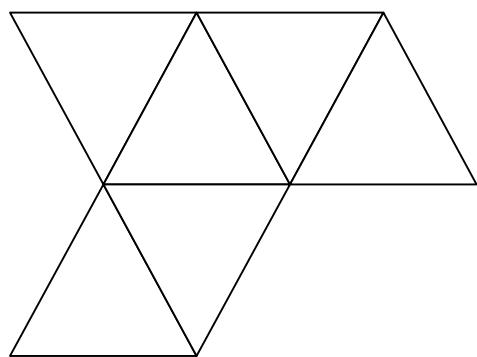
Typ 2 $\equiv A \equiv B$



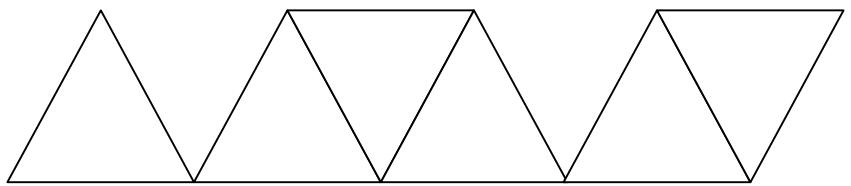
Typ 3 $\equiv A \equiv B$



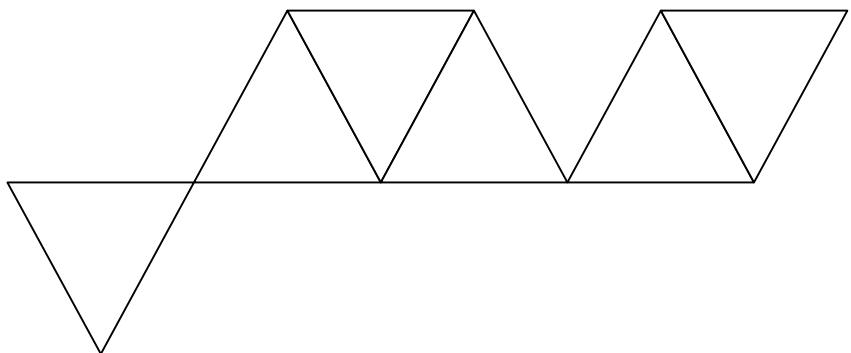
Typ 4 $\equiv A \equiv B$



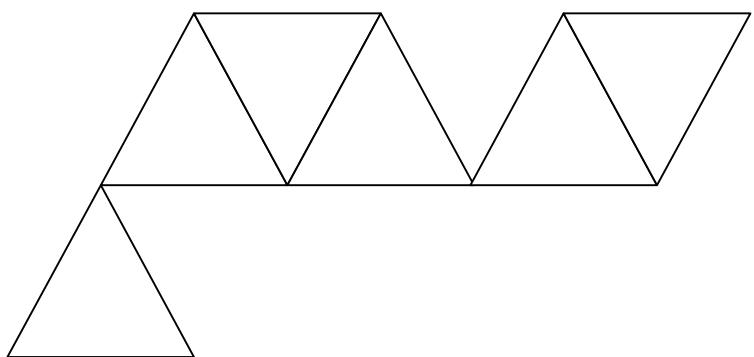
Typ 1 \equiv B \equiv C



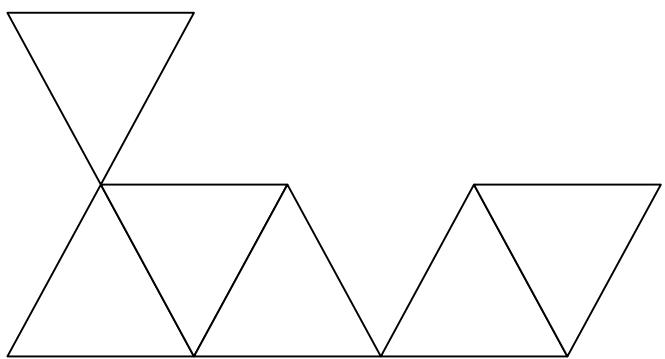
Typ 2 \equiv B \equiv C



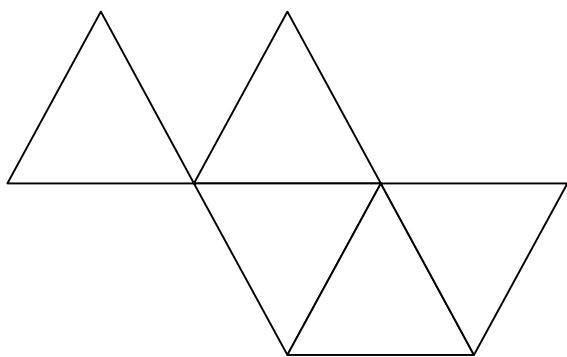
Typ 3 \equiv B \equiv C



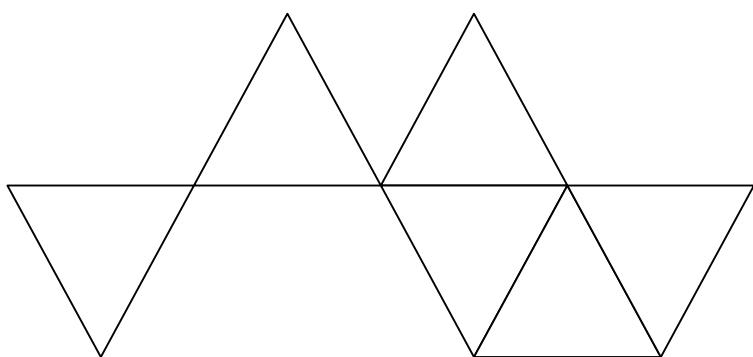
Typ 4 \equiv B \equiv C



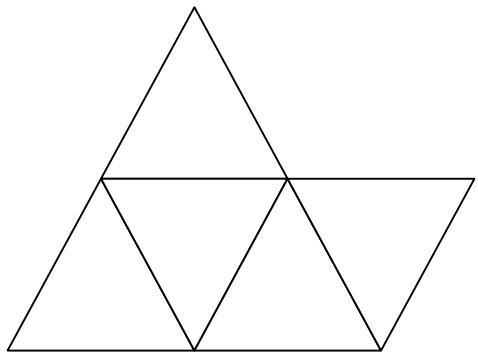
Typ 1 \equiv A \equiv C



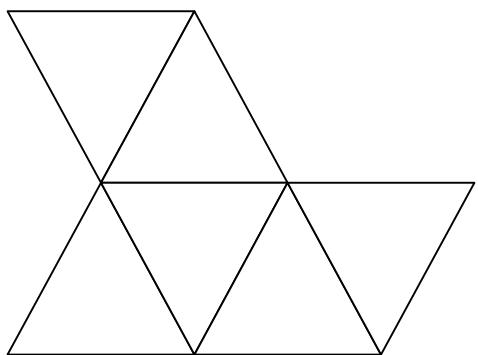
Typ 2 \equiv A \equiv C



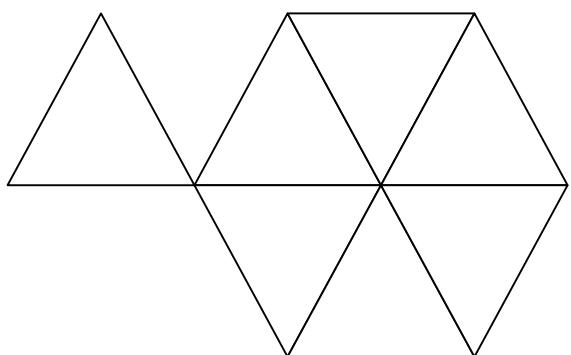
Typ 3 \equiv A \equiv C



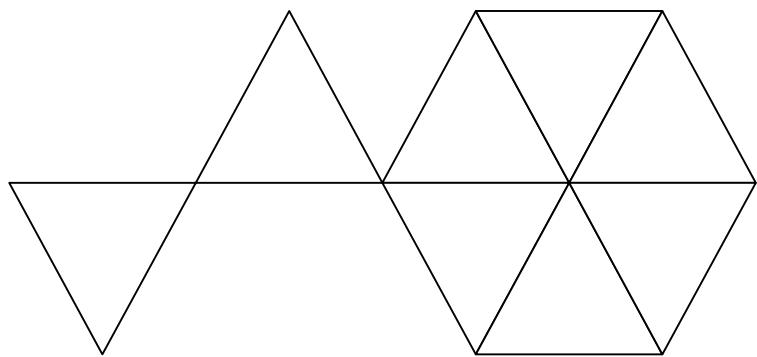
Typ 4 \equiv A \equiv C



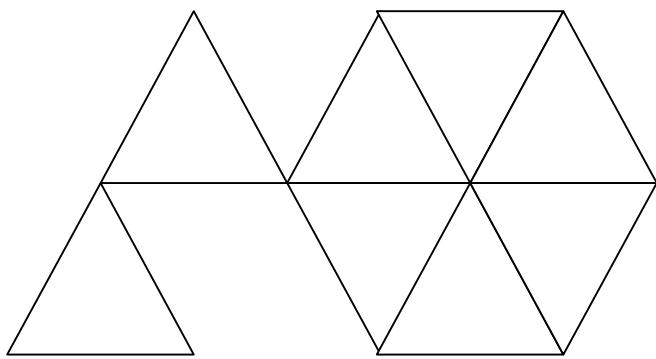
Typ 1 \equiv A \equiv B \equiv C



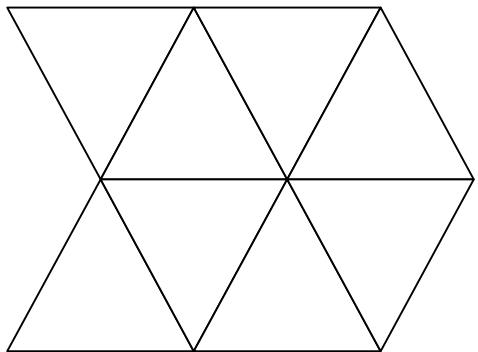
Typ 2 \equiv A \equiv B \equiv C



Typ 3 \equiv A \equiv B \equiv C



Typ 4 \equiv A \equiv B \equiv C

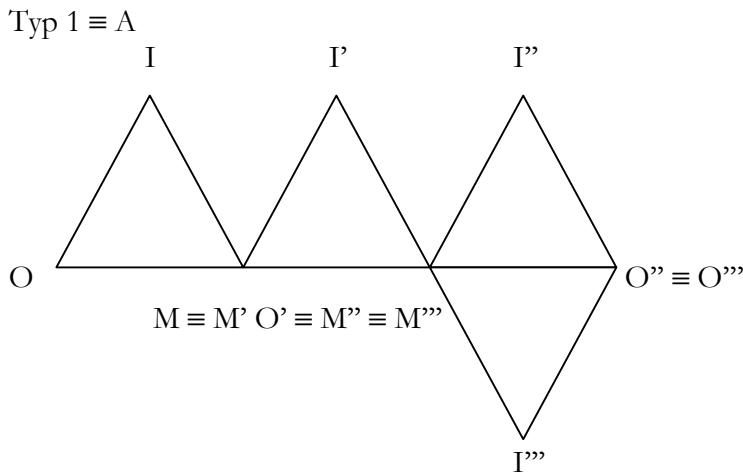


5.5. Berechnungsbeispiel von Zeichenanordnungen

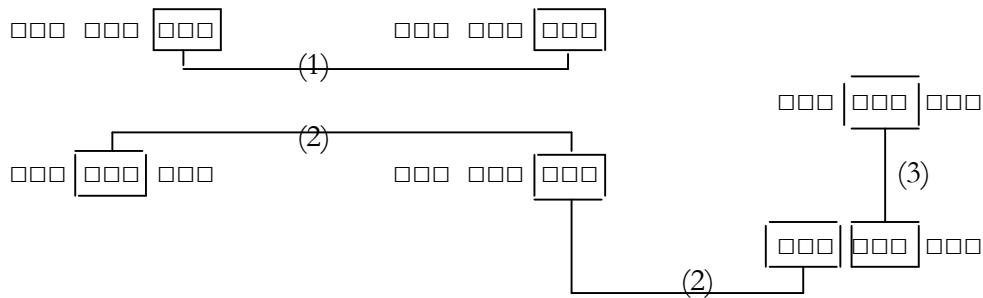
Wie wir in Kap. 4 gesehen haben, können alle semiotischen Operatoren aus Kap. 2.2. auf kategorietheoretische Morphismen zurückgeführt werden. Dies gilt aber nicht nur für mikrosemiotische Zusammenhänge, sondern auch für makrosemiotische (die dann durch “Netzverfeinerung” in mikrosemiotische überführt werden können). Wir setzen:

$$\begin{array}{llll}
 M \equiv O': & \alpha & O \equiv M': & \alpha^\circ \\
 O \equiv I': & \beta & I \equiv O': & \beta^\circ \\
 M \equiv I': & \beta\alpha & I \equiv M': & \alpha^\circ\beta^\circ
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{ll}
 M \equiv M' / M' \equiv M: & id1 \\
 O \equiv O' / O' \equiv O: & id2 \\
 I \equiv I' / I' \equiv I: & id3
 \end{array}$$

Als Berechnungsbeispiel wären wir:



- (1) $M \equiv M'$: id1 (4) $O'' \equiv O'''$: id2
(2) $O' \equiv M'' \equiv M'''$: $\alpha^\circ \rightarrow id1$



Werden für \square Belegungen \blacksquare , und das heißt Subzeichenwerte aus der kleinen semiotischen Matrix, gewählt, können statt kategorietheoretischer Morphismen auch die Operatoren 2.2.1. bis 2.2.25. benutzt werden. Die semiotischen Morphismen sind also die einzigen Operatoren, die auch für makrosemiotische Zusammenhänge funktionieren.

6. Bibliographie*

- Arin, Ertekin: Objekt- und Raumzeichen in der Architektur. Diss. Ing. Stuttgart 1981.
- Arin, Ertekin: Die semiotische Katastrophe. In: Semiosis 30, 1983, S. 21-33.
- Beckmann, Peter: Verbandstheoretische Darstellung der Subzeichen und Zeichenklassen. In: Semiosis 2, 1976, S. 31-35.
- Beckmann, Peter: Definierende Eigenschaften für Zeichenklassen. In: Semiosis 14, 1979, S. 48-60.
- Beckmann, Peter: Inhaltliche und geomtrische Konstruktion von Realitätsthematiken aus Zeichenklassen. In: Semiosis 30, 1983, S. 5-14.
- Bense, Max: Semiotik. 1971, Baden-Baden: Agis.
- Bense, Max: Zeichen und Design. 1971, Baden-Baden: Agis.
- Bense, Max: Semiotische Prozesse und Systeme. 1975, Baden-Baden: Agis.
- Bense, Max: Vermittlung der Realitäten. 1976, Baden-Baden: Agis.
- Bense, Max: Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. 1979, Baden-Baden: Agis.
- Bense, Max: Axiomatik und Semiotik. 1981, Baden-Baden: Agis.
- Bense, Max: Das Universum der Zeichen. 1983, Baden-Baden: Agis.
- Bense, Max: Repräsentation und Fundierung der Realitäten. 1986, Baden-Baden: Agis.
- Bense, Max: Die Eigenrealität der Zeichen. 1992, Baden-Baden: Agis.
- Bense, Max und Walther, Elisabeth: Wörterbuch der Semiotik. 1973, Köln: Kiepenheuer & Witsch.
- Berger, Wolfgang: Eine Darstellung der Generierung und Kommunikation von Zeichen durch Graphen. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 12/1, 1971, S. 1-7.
- Berger, Wolfgang: Zur Algebra der Zeichenklassen. In: Semiosis 4, 1976, S. 20-24.
- Berger, Wolfgang: Funktoren und die Autoreproduktion der Zeichen. In: Semiosis 6, 1977, S. 16-21.
- Berger, Wolfgang: Über Iconizität. In: Semiosis 17/18, 1980, S. 19-22.
- Bogarín, Jorge: Symplerosis: Über komplementäre Zeichen und Realitäten. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 87-94.
- Diestel, Reinhard: Graphentheorie. 1996, Berlin: Springer.
- Ebbinghaus, Heinz-Dieter; Flum, Jörg und Thomas, Wolfgang: Einführung in die mathematische Logik. 4. Aufl. 1996, Heidelberg: Sepktrum.
- Erné, Marcel: Einführung in die Ordnungstheorie. 1982, Mannheim: BI Wissenschaftsverlag.
- Flachsmeyer, Jürgen: Kombinatorik. 1969, Berlin: Deutscher Verlag der Wissenschaften.
- Freyd, Peter J., und Scedrov, André: Categories, Allegories. 1990, New York: Springer.
- Führer, Lutz: Allgemeine Topologie mit Anwendungen. 1977, Braunschweig: Vieweg.
- Gfesser, Karl: Bemerkungen zum "Zeichenband". In: Walther, Elisabeth und Bayer, Udo (Hrsg.), Zeichen von Zeichen für Zeichen. 1990, Baden-Baden: Agis, S. 129-141.
- Goldblatt, Robert: Topoi. The Categorial Analysis of Logic. 1979, New York: North-Holland.
- Günther, Gotthard: Idee und Grundriß einer nicht-Aristotelischen Logik. 3. Aufl. 1991, Hamburg: Meiner. (= Günther 1991a)

* Diese Bibliographie enthält nicht nur die zitierten Werke dieses Buches, sondern allgemein benutzte Arbeiten, die hiermit zur weiteren Lektüre und Weiterarbeit an einer Allgemeinen Zeichengrammatik empfohlen werden.

- Günther, Gotthard: Das Phänomen der Orthogonalität. In: Günther 1991, S. 419-430. (= Günther 1991b)
- Hausdorff, Felix: Grundzüge der Mengenlehre. 1914, Neudruck 1989, New York: Chelsea.
- Hermes, Hans: Einführung in die Verbandstheorie. 2. Aufl. 1967, Berlin: Springer.
- Hilbert, David: Grundlagen der Geometrie. 13. Aufl. 1987, Stuttgart: Teubner.
- Kosniowski, Czes: A First Course in Algebraic Topology. 1980, Cambridge: Cambridge U.P.
- Kronthaler, Engelbert: Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. 1986, Frankfurt am Main: Lang.
- Leopold, Cornelie: Kategorietheoretische Konzeption der Semiotik. In: Semiosis 57/58, 1990, S. 93-100.
- Marty, Robert: Catégories et foncteurs en sémiotique. In: Semiosis 6, 1977, S. 5-15.
- Neggers, J. und Kim, Hee Sik: Basic Posets. 1998, Singapore: World Scientific Publishers.
- Peirce, Charles Sanders: On the Relative Forms of the Algebra. In: American Journal of Mathematics 4, 1881, S. 221-229.
- Peirce, Charles Sanders: Graphen und Zeichen. Stuttgart 1971 (= rot 44).
- Peirce, Charles Sanders: Analysis of Creation. In: Semiosis 2, 1976, S. 5-9.
- Schnelle, Helmut, Zeichensysteme zur wissenschaftlichen Darstellung. 1962, Stuttgart-Bad Cannstatt: Frommann.
- Schubert, Horst: Kategorien. 1. Bd. 1970, Berlin: Springer.
- Seifert, Herbert und Threlfall, William: Lehrbuch der Topologie. 1934, Nachdruck 1947, New York: Chelsea.
- Steen, Lynn A. und Seebach, J. Arthur: Counterexamples in Topology. 1970, New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Stiebing, Hans Michael: Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. phil. Stuttgart 1978. (= Stiebing 1978a)
- Stiebing, Hans Michael: Ansatz zu einer allgemeinen Zeichengrammatik. In: Semiosis 9, 1978, S. 5-16. (= Stiebing 1978b)
- Suppes, Patrick: Axiomatic Set Theory. 1972, New York: Dover.
- Toth, Alfred, Über Dualisation und Realitätsthematiken. In: Semiosis 63/64, 1991, S. 101-107.
- Toth, Alfred, Semiotik und Theoretische Linguistik. 1993, Tübingen: Niemeyer.
- Toth, Alfred, Grundriss einer ordnungstheoretischen Semiotik. In: European Journal for Semiotic Studies 8, 1996, S. 503-526.
- Toth, Alfred: Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. 1997, Tübingen: Stauffenburg.
- Toth, Alfred, Graphen identischer Punkte im SRG-Netzwerk. In: European Journal for Semiotic Studies 11, 2000, S. 387-407. (= Toth 2000a)
- Toth, Alfred, Graphen identischer Pfade im SRG-Netzwerk. In: European Journal for Semiotic Studies 12, 2000, S. 525-540. (= Toth 2000b)
- Toth, Alfred, Zur semiotischen Transformationsalgebra. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 41-4, 2000, S. 161-166. (= Toth 2000c)
- Toth, Alfred, Monokontexturale und polykontexturale Semiotik. In: Bernard, Jeff und Gloria Withalm (Hrsg.), Myths, Rites, Simulacra. Proceedings of the 10th International Symposium of the Austrian Association for Semiotics, University of Applied Arts Vienna, December 2000. Bd. I: Theory and Foundations & 7th Austro-Hungarian Semio-Philosophical Colloquium. 2001, Vienna: Institute for Socio-Semiotic Studies, S. 117-134 (= Applied Semiotics, vol. 18).

- Toth, Alfred, Lineare Transformationen in einer komplexen Semiotik. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 42-3, 2002, S. 103-112. (= Toth 2000a)
- Toth, Alfred, Semiotische Hyperbelfunktionen. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 43-1, 2002, S. 15-19. (= Toth 2000b)
- Toth, Alfred: Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. 2003, Klagenfurt: IFF. (= Toth 2003a)
- Toth, Alfred, Grundlegung einer polykontexturalen Semiotik. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 44-3, 2003, S. 139-149. (= Toth 2003b)
- Toth, Alfred, Strukturen thematisierter Realitäten in der polykontexturalen Semiotik. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 44-4, 2003, S. 193-198. (= Toth 2003c)
- Toth, Alfred, Semiotische Quasigruppen. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 46-4, 2005, S. 178-187.
- Toth, Alfred, Homologe Semiotik. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 47/4, 2006, S. 192-196.
- Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2007, Klagenfurt: IFF. (= Toth 2007a)
- Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. 2007, Klagenfurt: IFF. (= Toth 2007b)
- Toth, Alfred, Semiotische Pullbacks und Pushouts. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 48/1, 2007, S. 21-25. (= Toth 2007c)
- Toth, Alfred, Semiomorphogonetische Stabilität und Instabilität. 2008, Klagenfurt: IFF. (= Toth 2008a)
- Toth, Alfred, Kenogrammatik, Präsemiotik, Semiotik. Erscheint in: www.vordenker.de (= Toth 2008b)
- Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. 1979, Stuttgart: Deutsche Verlagsanstalt.
- Walther, Elisabeth, Vorläufige Bemerkungen zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 21, 1981, S. 29-39
- Walther, Elisabeth, Nachtrag zu "Trichotomischen Triaden". In: Semiosis 27, 1982, S. 15-20.
- Wiener, Norbert, A simplification of the logic of relations. In: Proceedings of the Cambridge Philosophical Society 17, 1914, S. 387-390.
- Zellmer, Siegfried: Zum mathematischen Zusammenhang zwischen Ikonizität, Indexikalität und Symbolizität. In: Semiosis 27, 1982, S. 5-14.